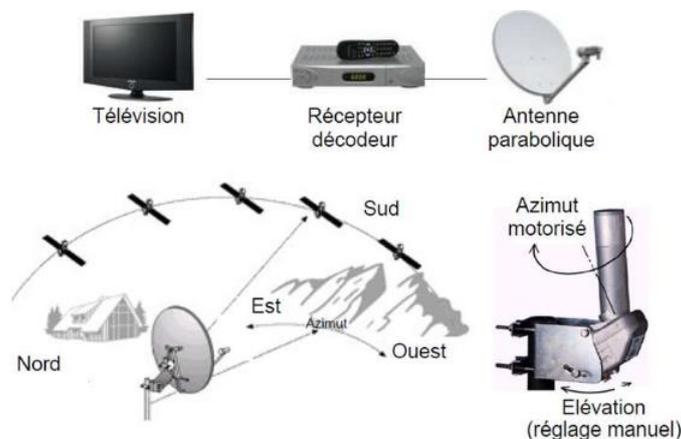


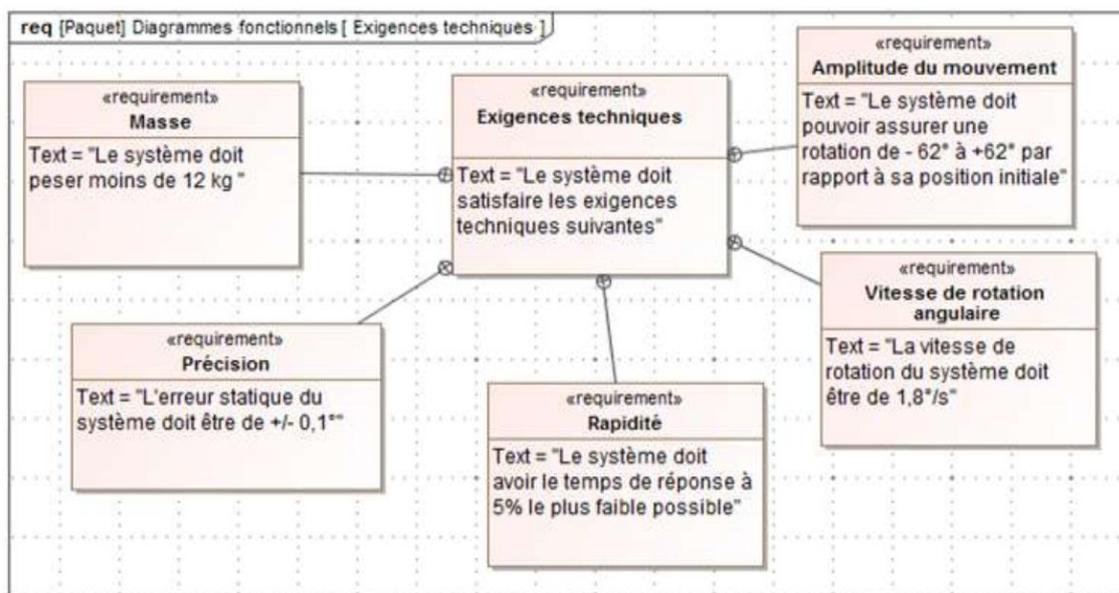
Travaux Dirigés Bonus

Etude d'une antenne parabolique

La réception de chaînes de télévision par satellite nécessite un récepteur / décodeur et une antenne parabolique. Pour augmenter le nombre de chaînes reçues, l'antenne doit pouvoir s'orienter vers un plusieurs satellites différents. Le satellite choisi dépend de la chaîne demandée. Tous les satellites de radiodiffusion sont situés sur l'orbite géostationnaire à 36000 km au-dessus de l'équateur. Le réglage de l'orientation l'antenne ne nécessite donc qu'une seule rotation, autour d'un axe appelé axe d'azimut.

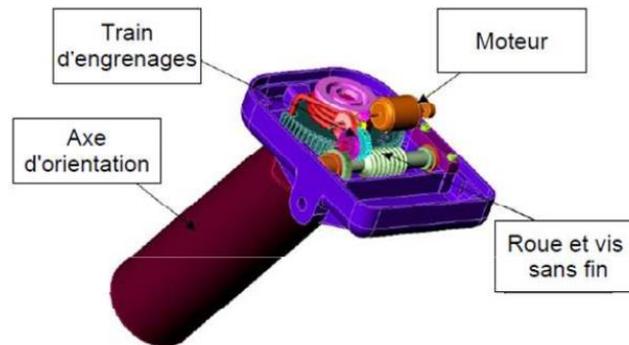


On donne une description structurée du système ainsi qu'un extrait partiel de cahier des charges fonctionnel.



L'axe d'orientation d'azimut utilise un dispositif de réduction de vitesse (engrenages et roue et vis sans fin). Si on note $\omega_a(t)$ la vitesse de rotation de l'axe d'orientation et $\omega_m(t)$ la vitesse de rotation du moteur, on a la relation suivante :

$$\frac{\omega_a(t)}{\omega_m(t)} = \frac{1}{N} = \frac{1}{23328}$$



Le modèle de connaissance du moteur à courant continu est le suivant :

$$u_m(t) = e_m(t) + R_m \cdot i_m(t) + L_m \frac{di_m(t)}{dt}$$

$$e_m(t) = K_e \cdot \omega_m(t)$$

$$J_m \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t)$$

$$C_m(t) = K_c \cdot i_m(t)$$

Avec :

- $u_m(t)$: tension d'entrée du moteur (en V)
- $e_m(t)$: force contre-électromotrice (en V)
- $i_m(t)$: intensité (en A)
- J_m : inertie équivalente ramenée sur l'arbre moteur (en $\text{kg}\cdot\text{m}^2$)
- R_m : résistance électrique du moteur ($9,1 \Omega$)
- L_m : inductance électrique du moteur
- $\omega_m(t)$: vitesse de rotation du moteur (en rad/s)
- K_e : constante de force contre-électromotrice ($0,022 \text{ V}/(\text{rad/s})$)
- $C_m(t)$: couple moteur (en $\text{N}\cdot\text{m}$)
- K_c : constante de couple ($0,022 \text{ N}\cdot\text{m}/\text{A}$)

Toutes les conditions initiales seront nulles, et considérées comme telles dans la suite de l'exercice.

Partie 1 : Etude du moteur seul sans perturbation

Question 1. Exprimer les équations du moteur dans le domaine de Laplace.

Question 2. Réaliser le schéma-bloc du moteur.

Question 3. Déterminer la fonction de transfert $H(p) = \Omega_m(p)/U_m(p)$ à partir du schéma bloc. Montrer que cette fonction peut se mettre sous la forme canonique :

$$H(p) = \frac{K}{1 + \left(\frac{2z}{\omega_0}\right)p + \left(\frac{1}{\omega_0^2}\right)p^2}$$

Question 4. Déterminer les constantes K , z et ω_0 en fonction des constantes fournies.

On note $\tau_e = L_m/R_m$ la constante de temps électrique du moteur, et $\tau_m = R_m \cdot J_m / (K_e \cdot K_c)$. On suppose que le temps d'établissement du courant est bien inférieur au temps de mise en mouvement de toute la mécanique, ce qui revient à dire que $\tau_e \ll \tau_m$.

Question 5. Montrer alors que la fonction de transfert du moteur peut s'écrire :

$$H(p) = \frac{K}{(1 + \tau_e \cdot p) \cdot (1 + \tau_m \cdot p)}$$

Question 6. Sachant que $\tau_e \ll \tau_m$, montrer alors que la fonction de transfert du moteur peut s'écrire :

$$H(p) = \frac{K}{(1 + \tau_m \cdot p)}$$

On soumet le moteur à un échelon de tension d'amplitude $U_0 = 18 \text{ V}$.

Question 7. Donner l'expression de $\omega_m(+\infty)$.

On donne $\tau_m = 0,012 \text{ s}$ et $K = 45 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$.

Question 8. Montrer que le moteur n'excède pas sa valeur limite de rotation, qui est de 8000 tr/min.

Partie 2 : Etude du moteur seul avec perturbation :

Lorsque l'antenne parabolique est soumise à de fortes perturbations extérieures comme du vent, l'équation reliant l'inertie, la vitesse et le couple du moteur n'est plus valable.

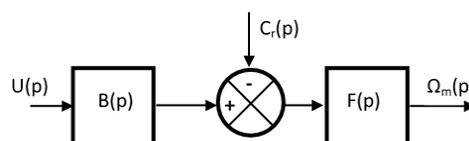
Il devient alors nécessaire de considérer un couple de perturbation $C_r(t)$:

$$J_m \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) - C_r(t)$$

Question 9. En considérant ce nouveau couple résistant, donner le nouveau schéma-bloc du moteur.

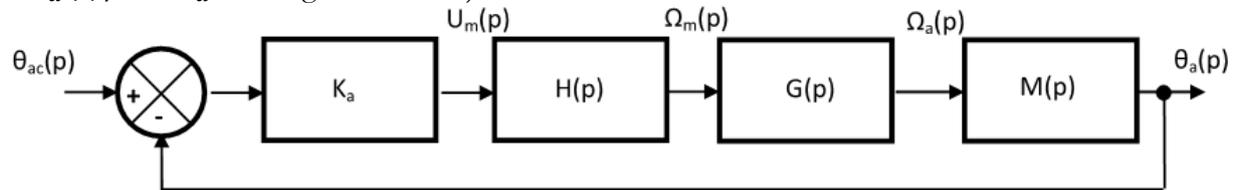
Question 10. En utilisant le théorème de superposition établir la relation $\Omega_m(p) = F_1(p) \cdot U(p) + F_2(p) \cdot C_r(p)$ où l'on précisera les expressions de $F_1(p)$ et $F_2(p)$.

Question 11. Déterminer l'expression des fonctions de transfert $B(p)$ et $F(p)$ afin de mettre le schéma bloc des moteurs sous la forme suivante :



Partie 3 : Etude du système asservi sans perturbation :

La chaîne d'asservissement complète est donnée sur le schéma bloc suivant (θ_{ac} est l'angle consigne que l'on souhaite faire prendre à l'antenne ; θ_a l'angle réel de l'antenne, défini par $\omega_a(t) = d\theta_a(t)/dt$; K_a est un gain constant).



Question 12. Déterminer les fonctions de transfert de $G(p)$ et $M(p)$.

Question 13. Déterminer la fonction de transfert boucle fermée $\theta_a(p)/\theta_{ac}(p)$ et montrer que c'est une fonction du 2^{ème} ordre (on considère toujours le moteur comme une fonction du 1^{er} ordre).

Question 14. Montrer que le système vérifie le critère de précision de positionnement du cahier des charges.