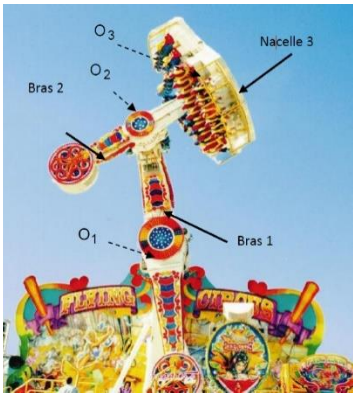
Devoir Libre 7 - 1

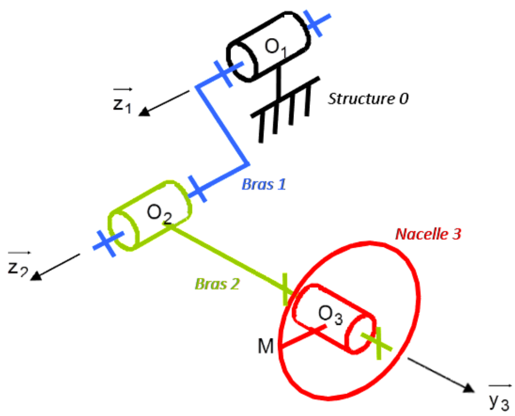
Etude du Magic Arm

Le « Magic Arms » est un manège fabriqué par la société WAAGNER-BIRO. Ses mouvements simultanés autour de trois axes, désorientent les 39 passagers embarqués qui ne savent plus reconnaître le dessus du dessous pendant quelques minutes. La structure métallique d'environ 12 m de haut est composée de deux bras mobiles et d'une nacelle. Les passagers assis dans la nacelle 3, sont parfaitement maintenus par un harnais. Pendant les 9 premières secondes du cycle, le bras principal 1 et le bras 2, sont liés l'un à l'autre, et commencent à tourner par rapport à la structure 0. En même temps, la nacelle 3 tourne autour de son axe. Après ces 9 secondes, le maximum de hauteur est atteint et les deux bras se désindexent et se mettent à tourner indépendamment l'un de l'autre. Tous les mouvements sont pilotés par un ordinateur. Cette installation permet une combinaison de mouvements complexe qui assure des sensations fortes chez les utilisateurs.



Le paramétrage adopté est le suivant :

- Soit $R_0 = (O_1, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ un repère orthonormé direct lié à la structure fixe 0.
- Soit $R_1 = (O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ un repère orthonormé direct lié au bras 1, en mouvement de rotation d'axe $(O_1, \vec{z}_1)$ par rapport au bâti 0 tel que $\vec{z}_0 = \vec{z}_1$ et $(\vec{x}_0, \vec{x}_1) = \Psi$.
- Soit $R_2 = (O_2, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ un repère orthonormé direct lié au bras 2, en mouvement de rotation d'axe $(O_2, \vec{z}_2)$ par rapport au bras 1 tel que $\vec{z}_1 = \vec{z}_2$ et $(\vec{x}_1, \vec{x}_2) = \theta$
- Soit $R_3 = (O_3, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ un repère orthonormé direct lié à la nacelle 3, en mouvement de rotation d'axe $(O_3, \vec{y}_3)$ par rapport au bras 2 tel que $\vec{y}_2 = \vec{y}_3$ et $(\vec{x}_2, \vec{x}_3) = \alpha$.



Avec $\overrightarrow{O_1O_2} = a\,\vec{y}_1 + b\,\vec{z}_0$, $\overrightarrow{O_2O_3} = c\,\vec{y}_2$ et $\overrightarrow{O_3M} = R\,\vec{z}_3$

Question 1 : Réaliser 3 figures planes illustrant les 3 paramètres d'orientation Ψ, θ et α, puis en déduire le vecteur rotation traduisant chaque figure.

Question 2 : Déterminer les expressions de la vitesse et de l'accélération du passager situé en M : $\overrightarrow{V(M,3/0)}$ puis $\overrightarrow{a(M,3/0)}$

On se place à un instant particulier t =19,8 s, où θ est petit, et α est petit, ce qui implique Ψ=0,28 rad, θ=0,1 rad et α=0,13 rad, ce qui implique

$$\begin{cases} \cos(\theta) = \cos(\alpha) = 1 \\ \sin(\theta) = \theta \\ \sin(\alpha) = \alpha \end{cases}$$

Question 3 : A l'aide des simplifications ci-dessus, exprimer les vecteurs $\vec{x}_2$, puis $\vec{x}_1$ dans la base B₃. En déduire, l'expression littérale de $\overrightarrow{V(M,3/0)}$, dans la base B₃ à cet instant.

Question 4 : Sachant que $a = 3{,}9\,m$, $c = 2{,}87\ m$ et $R = 2{,}61\,m$, et que pendant la plage [17s ; 27s] les vitesses angulaires sont constantes et valent $\dot{\Psi} = 0{,}84\,rad/s$, $\dot{\theta} = 0{,}94\,rad/s$ et $\dot{\alpha} = -0{,}628\,rad/s$, déterminer les valeurs numériques des composantes de $\vec{V}(M,3/0)$ dans la base B_3 . En déduire $\left\|\vec{V}(M,3/0)\right\|$.

Question 5 : Valider cette valeur à partir du graphique ci-dessous.