

## Travaux Dirigés 8

# Cinématique du solide

### Exercice 1 : Chaises volantes

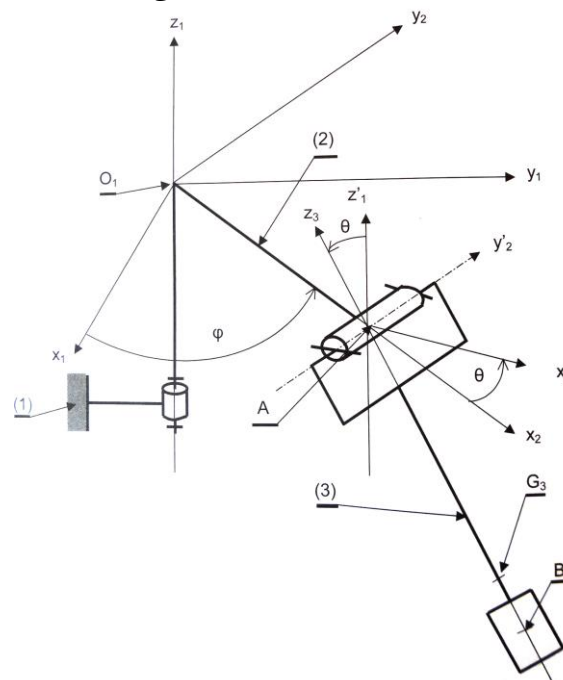
Un manège est constitué d'un socle 1, d'un fût central 2 qui supporte dix potences. Au bout de chacune d'elles, est suspendu l'ensemble noté 3 constitué d'une barre et du passager. Le siège est situé en B et fait partie intégrante de cet ensemble 3 rigide. La direction  $\vec{z}_1$  est verticale. Les liaisons sont parfaites et sans frottement.

On donne :

- $\vec{O_1A} = R \cdot \vec{x}_2$
- $\vec{AB} = -L \cdot \vec{z}_3$



*Figure 1 : Les chaises volantes*



*Figure 2 : Paramétrage du problème*

**Question 1 :** Tracer le graphe des liaisons en plaçant l'ensemble des informations nécessaires à l'étude.

**Question 2 :** Réaliser les figures de changement de bases.

**Question 3 :** Quels sont les mouvements du solide 2 par rapport au solide 1 et du solide 3 par rapport au solide 2.

**Question 4 :** Quelles sont les trajectoires de B appartenant à 3 par rapport à 2 et de A appartenant à 2 par rapport à 1.

**Question 5 :** Calculer les vecteurs vitesses  $\vec{V}(A \in 2/1)$  et  $\vec{V}(B \in 3/2)$ .

**Question 6 :** Que vaut  $\vec{V}(A \in 3/2)$ ? En déduire  $\vec{V}(B \in 3/1)$ .

**Question 7 :** Calculer  $\vec{\Gamma}(B \in 3/1)$ .

## Exercice 2 : Centrifugeuse humaine

Les avions modernes sont capables de fournir de fortes accélérations et des variations très brusques d'accélération qui provoquent la diminution de la pression sanguine dans le cerveau, ce qui peut entraîner des troubles de vision parfois accompagnés de perte de connaissance momentanée du pilote. Pour prévenir ces pertes de connaissance, et donc pour sauver à la fois l'avion et le pilote, il est nécessaire d'entraîner les pilotes de chasse dans des centrifugeuses modernes qui recréent artificiellement ces accélérations élevées avec des mouvements appropriés de rotation.



**Figure 3 :** La patronille de France en vol

Les laboratoires de médecine aérospatiale utilisent les centrifugeuses humaines comme moyen d'essais pour rechercher les effets physiologiques des fortes accélérations sur l'équipage, pour développer des moyens de protection contre ces effets (combinaison anti-G par exemple), et pour mettre au point de nouvelles méthodes permettant d'augmenter la tolérance humaine aux accélérations (réglage de l'inclinaison des sièges pilote, exercices de contraction musculaire et de respiration).

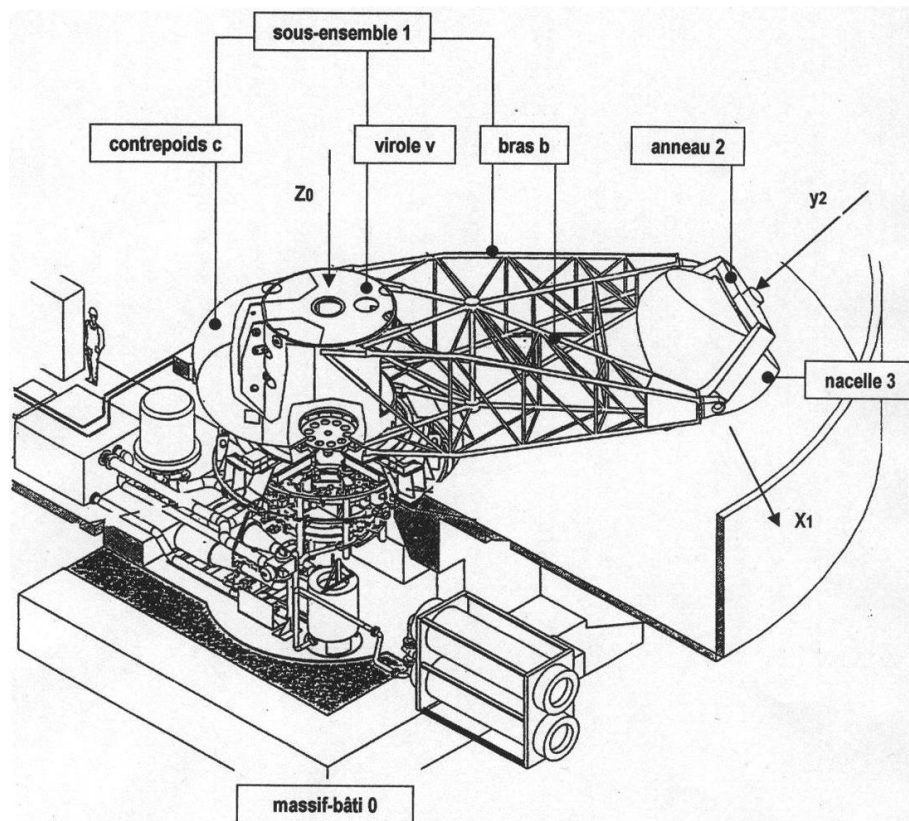
La centrifugeuse se compose de quatre éléments principaux (voir Figure 4) :

- un massif-bâti en béton 0 sur lequel est rigidement ancré un pivot assurant le guidage en rotation de la virole  $v$  - ou sous-ensemble 1 - autour de l'axe vertical ;
- un sous-ensemble 1 en rotation autour de l'axe vertical, constitué d'une virole  $v$  qui supporte un contrepoids  $c$  et un bras en treillis tubulaire  $b$  ;
- un anneau, numéroté 2, interposé entre la nacelle et le bras, autorisant les rotations autour de deux axes orthogonaux ;

- une nacelle instrumentée, numérotée 3, d'un volume de 10m<sup>3</sup>, équipée d'un siège pour le pilote.

Aux quatre éléments précédents s'ajoutent les équipements complémentaires :

- un générateur de puissance hydraulique ;
- un réducteur pouvant transmettre une puissance de l'ordre de 1MW pour le mouvement du sous ensemble 1 par rapport à 0 ;
- une motorisation embarquée pour les mouvements de roulis et de tangage ;
- un double système d'asservissement en position et en vitesse sur chaque axe afin de gérer de manière rigoureuse les trois angles de rotation à tout instant.



**Figure 4 :** Une centrifugeuse humaine

Cette conception permet de lier de façon univoque, les profils de position (ou de vitesse) relative engendrés au niveau de chaque liaison, à l'évolution temporelle des trois composantes d'accélération. Les consignes de position ou de vitesse à appliquer aux liaisons sont donc directement déduites de l'accélération à reproduire. Chaque liaison est alors motorisée par un actionneur qui doit être asservi à la consigne correspondante et insensible aux perturbations (pesanteur, frottements ...).

La vitesse de rotation du bras détermine l'intensité de l'accélération imposée au pilote, et l'orientation de la nacelle en roulis et en tangage fixe la direction de l'accélération imposée au pilote. Cette architecture est illustrée par le schéma de la Figure 3. Dans ce schéma, les valeurs de consignes sont notées avec un astérisque pour les différencier des valeurs effectives.

Dans la nacelle, la surveillance du pilote est assurée par des équipements qui enregistrent des modifications physiologiques afin de constater les déformations du squelette ou le déplacement du cœur pour éviter tout risque vital. Par ailleurs, une équipe médicale d'urgence est mobilisée pendant la durée du test pour intervenir de manière urgente.

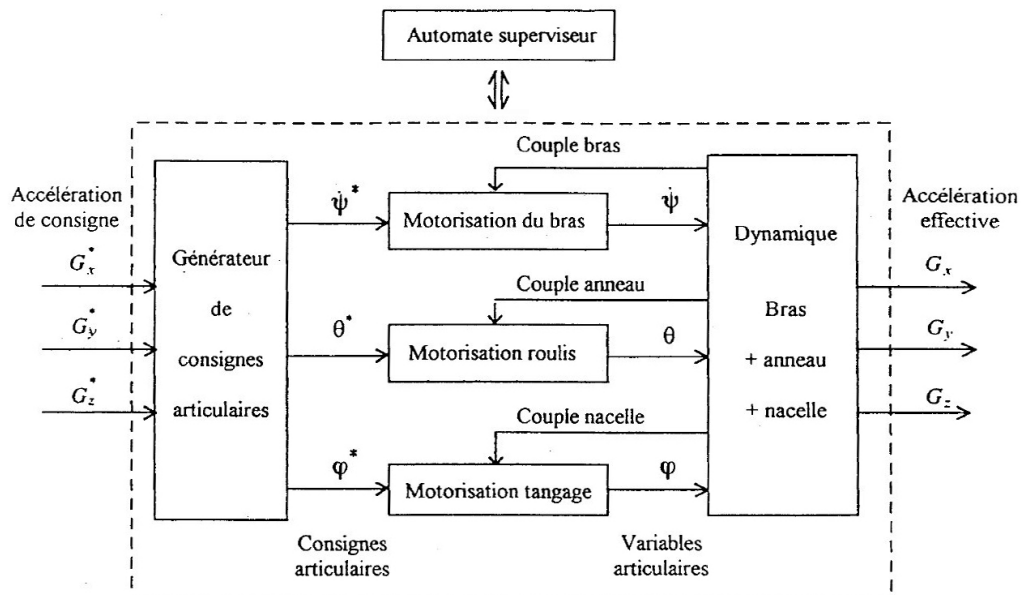


Figure 5 : Synoptique général de la partie commande

Le schéma cinématique et le paramétrage adopté sont donnés ci-dessous :

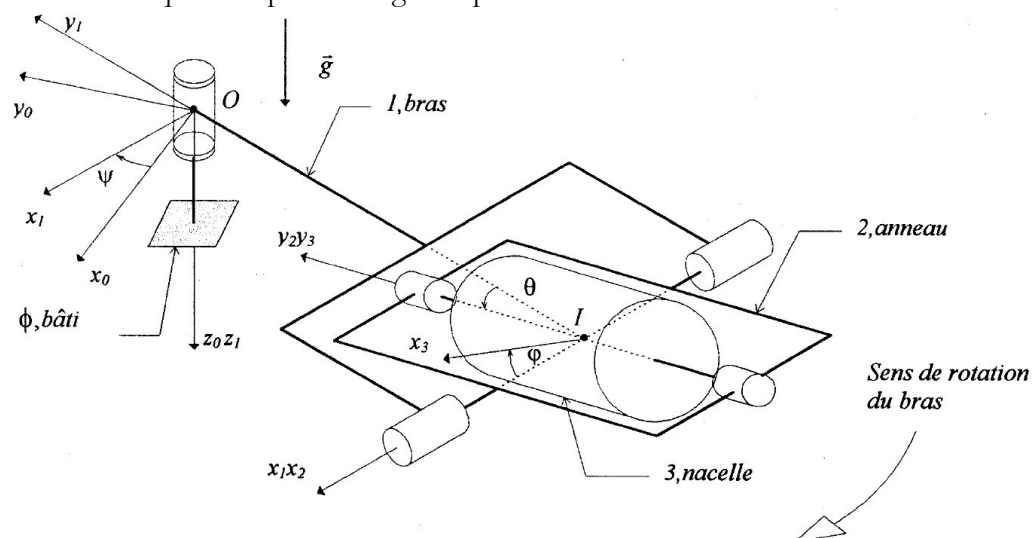


Figure 6 : Schéma cinématique du système

Toutes les liaisons sont des liaisons parfaites donc sans jeu ni frottement.

- on associe le repère  $R_0 (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  considéré comme galiléen au massif bâti 0 ;
- l'ensemble 1, auquel on associe le repère  $R_1 (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ , est de longueur  $\vec{OI} = -R \cdot \vec{y}_1$  ( $R=7.62m$ ) et est en rotation d'axe  $(O, \vec{z}_0)$  par rapport au bâti 0 ; sa position par rapport au bâti 0 est repérée par l'angle de lacet  $\psi = (\vec{x}_0; \vec{x}_1)$
- l'anneau 2, auquel on associe le repère  $R_2 (O, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ , est en rotation d'axe  $(I, \vec{x}_1)$ ; sa position par rapport à l'ensemble 1 est repérée par l'angle de roulis  $\theta = (\vec{y}_1; \vec{y}_2)$
- la nacelle 3, à laquelle on associe le repère  $R_3 (O, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ , dans laquelle prend place le pilote, est en rotation d'axe  $(I, \vec{y}_2)$ ; sa position par rapport à l'anneau 2 est repérée par l'angle de tangage  $\phi = (\vec{z}_2; \vec{z}_3)$

Remarque : le point I correspond également au centre de la tête du pilote, zone à préserver absolument ! En effet, toute accélération latérale (selon la direction  $\vec{y}_3$ ) entraîne la mort du pilote et il faut donc solliciter le pilote uniquement dans les deux autres directions.

Afin de ne pas blesser le pilote, le cahier des charges impose de maintenir l'axe  $(I, \vec{y}_3)$  de la nacelle (qui est en fait l'axe de la colonne vertébrale du pilote), colinéaire avec la résultante des actions de contact exercées par la nacelle 3 sur le pilote (force exercée par la nacelle 3 sur le pilote notée  $\vec{F}_{3 \rightarrow \text{pilote}}$ ). On note  $m_P$  la masse du pilote.

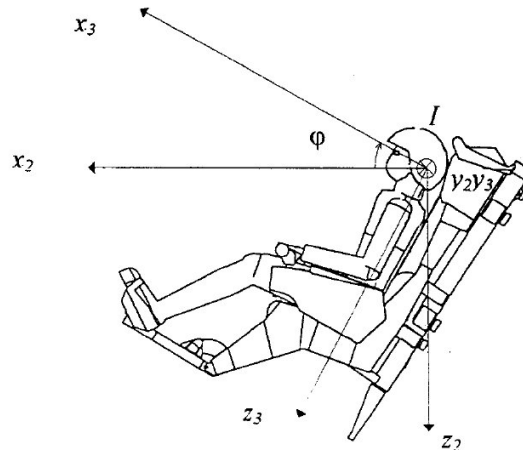


Figure 7 : Installation du pilote

En appliquant le Principe Fondamental de la Dynamique au pilote, on obtient :

$$m_P \cdot \vec{\Gamma}(I \in 3/0) = m_P \cdot \vec{g} + \vec{F}_{3 \rightarrow \text{pilote}}$$

On pose :

$$\vec{G} = \vec{\Gamma}(I \in 3/0) - \vec{g}$$

**Question 1 :** Montrer que  $\vec{G}$  doit être colinéaire à l'axe  $(I, \vec{z}_3)$  pour que le cahier des charges soit respecté

**Question 2 :** Tracer les trois figures de changement de bases décrivant les angles  $\psi$ ,  $\phi$  et  $\theta$ .

On note  $a_x$ ,  $a_y$  et  $a_z$  les composantes de  $\vec{\Gamma}(I \in 3/0)$  dans la base  $(\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ .

**Question 3 :** Exprimer  $G_x$ ,  $G_y$  et  $G_z$  du vecteur  $\vec{G}$  dans  $(\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ .

**Question 4 :** Déterminer la vitesse  $\vec{V}(I \in 3/0)$  par la méthode de la dérivée temporelle et par la méthode de composition du vecteur vitesse.

**Question 5 :** Calculer l'accélération  $\vec{\Gamma}(I \in 3/0)$  par la méthode de la dérivée temporelle.

**Question 6 :** Donner les expressions de  $a_x$ ,  $a_y$  et  $a_z$ .

### Exercice 3 : Manège pieuvre

Le manège pieuvre est un classique des foires. Il procure des sensations par son mouvement épicycloïdal qui produit de fortes accélérations. Nous allons étudier la vitesse d'un des sièges de ce manège, auquel on associe le point M.

Soit  $O$  le centre de rotation principal,  $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ , le repère lié au bras principal 1, en rotation d'angle  $\theta_1$  par rapport à un repère  $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  fixe par rapport au sol. Soit  $R_2(O, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ , un repère accroché au bras secondaire 2 en rotation d'angle  $\theta_2$  par rapport au bras 1. On ne tient pas compte de la possibilité de rotation autour de  $\vec{y}_1$  pour les bras.



Figure 8 : La manège pieuvre

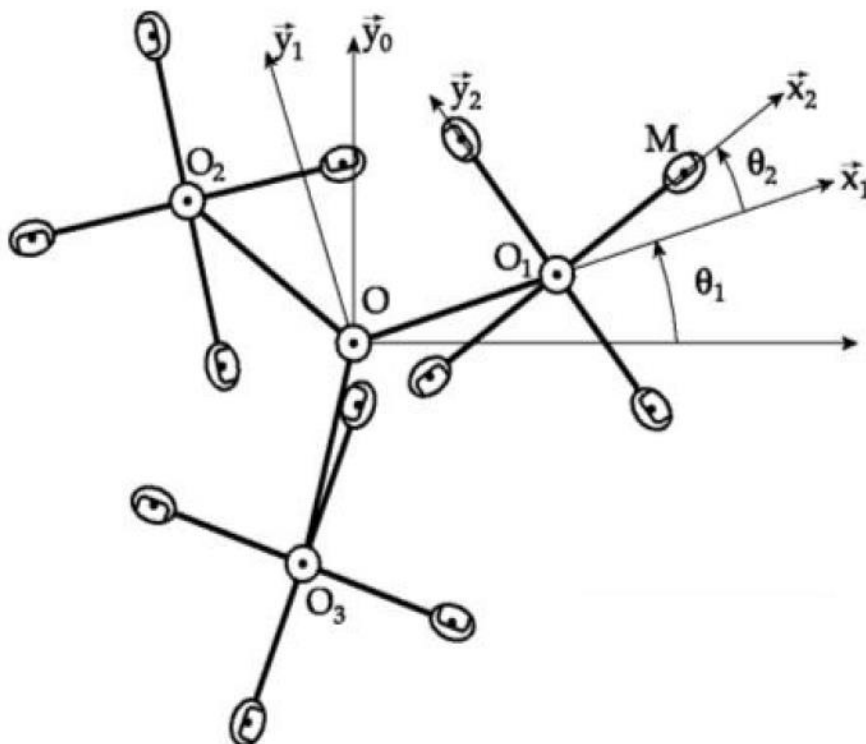
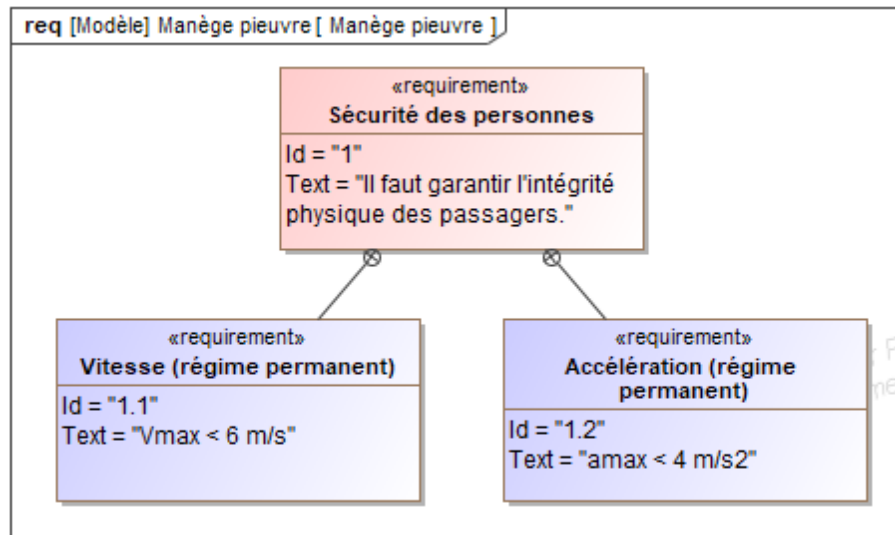


Figure 9 : Paramétrage du problème



**Figure 10 :** Diagramme des exigences

**Question 1 :** Question 1 Donner les figures de changement de bases relatives aux angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$ . Écrire les vecteurs taux de rotation correspondant.

**Question 2 :** Exprimer le vecteur position  $\overline{OM}$  le plus simplement possible.

**Question 3 :** Dériver ce vecteur pour obtenir  $\vec{V}(M \in 2/0)$ .

**Question 4 :** Ecrire les torseurs cinématiques  $\{V(1/0)\}$  en  $O_2$  et  $\{V(2/1)\}$  en M.

**Question 5 :** A partir de la question précédente, calculer  $\vec{V}(M \in 2/0)$ .

**Question 6 :** En déduire  $\{V(2/0)\}$  en M.

En observant le manège tourner en régime permanent, on constate que  $\omega_2 = -2\omega_1$

**Question 7 :** Calculer  $\|\vec{V}(M \in 2/0)\|$  et indiquer pour quelle valeur de  $\theta_2$  elle est maximale. En déduire  $\omega_1$  pour satisfaire le cahier des charges ( $R_1 = 8\text{m}$  et  $R_2 = 1\text{m}$ )

**Question 8 :** Calculer  $\vec{r}(M \in 2/0)$  et  $\|\vec{r}(M \in 2/0)\|$ . Conclure quant au respect de l'exigence 1. 2.