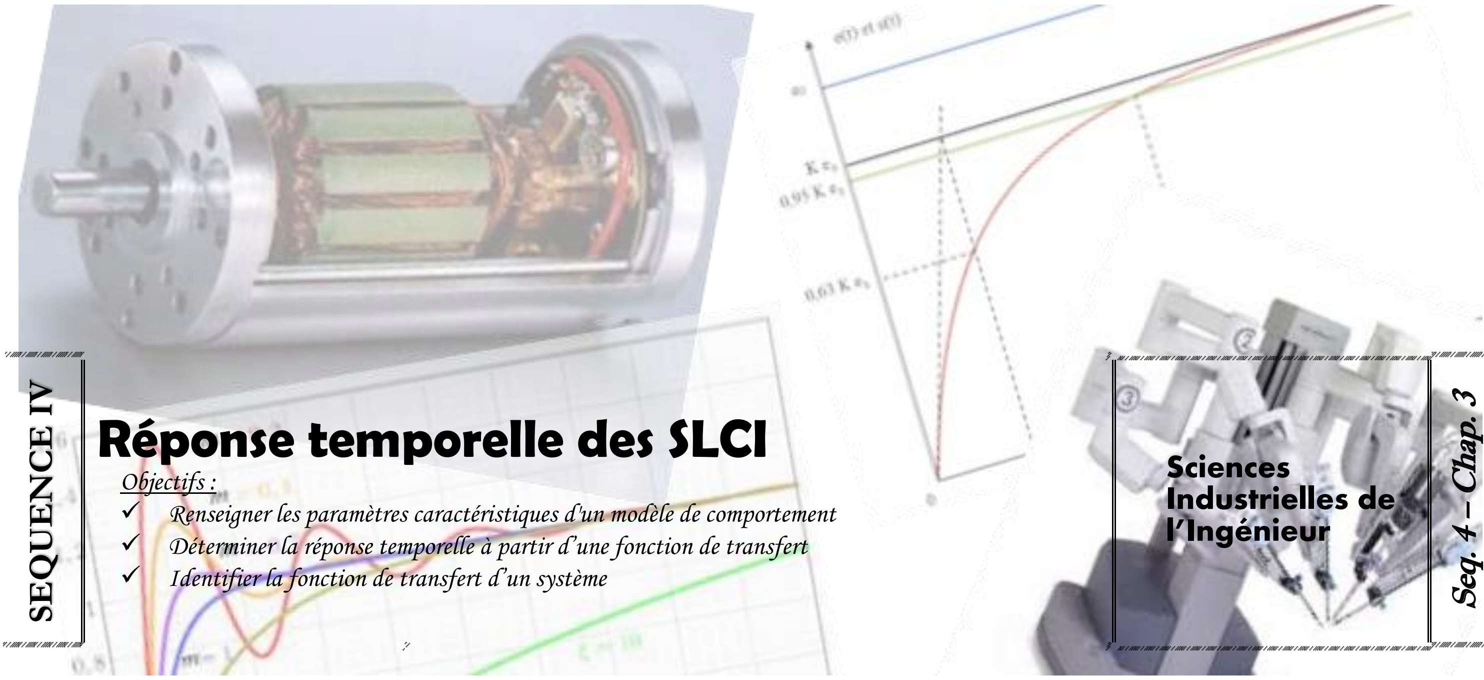


SEQUENCE IV

Réponse temporelle des SLCI

Objectifs :

- ✓ *Renseigner les paramètres caractéristiques d'un modèle de comportement*
- ✓ *Déterminer la réponse temporelle à partir d'une fonction de transfert*
- ✓ *Identifier la fonction de transfert d'un système*

Sciences Industrielles de l'Ingénieur

Seq. 4 – Chap. 3

Chapitre 3

Cours

Identifier un modèle de comportement à partir de sa courbe expérimentale

Prérequis

- ✓ *Séquence 2*
- ✓ *Séquence 4 – Chapitre 1 et 2*

Objectifs

- ✓ *Renseigner les paramètres caractéristiques d'un modèle de comportement du second ordre*
- ✓ *Déterminer la réponse temporelle d'un système du second ordre*

PLAN DU CHAPITRE

Définition 1 – Modèle de connaissance : Un modèle de connaissance est un modèle mathématique déterminé par application de lois et principes de la physique. Un modèle de comportement est déterminé à partir de la courbe de la réponse expérimentale d'un système à un signal test.

I. Principe

Il est parfois nécessaire ou utile de modéliser le comportement d'un système à partir de résultats expérimentaux sans passer par un modèle de connaissance. On utilise dans ce cas-là une méthode d'identification. Cela consiste à rechercher un modèle en analysant la réponse du système à une entrée test connue, de type échelon dans notre cas.

- Le système est considéré comme une « boite noire ».
- On le soumet à un échelon et on compare les réponses obtenues expérimentalement à un catalogue de réponses types de façon à choisir un modèle de comportement (1er ordre, 2eme ordre...).
- On identifie les paramètres de sa fonction de transfert sur les relevés expérimentaux et on établit ainsi un modèle de comportement du système.

Cette démarche permet d'obtenir un modèle qu'il convient de valider en comparant des comportements simulés grâce au modèle retenu avec d'autres résultats expérimentaux. Cette étape de validation permet aussi d'estimer le domaine de validité du modèle. Au regard des caractéristiques des réponses temporelles à un échelon des modèles du 1er et du 2eme ordre présentées précédemment, la démarche d'identification est proposée ci-dessous (figure 1) :

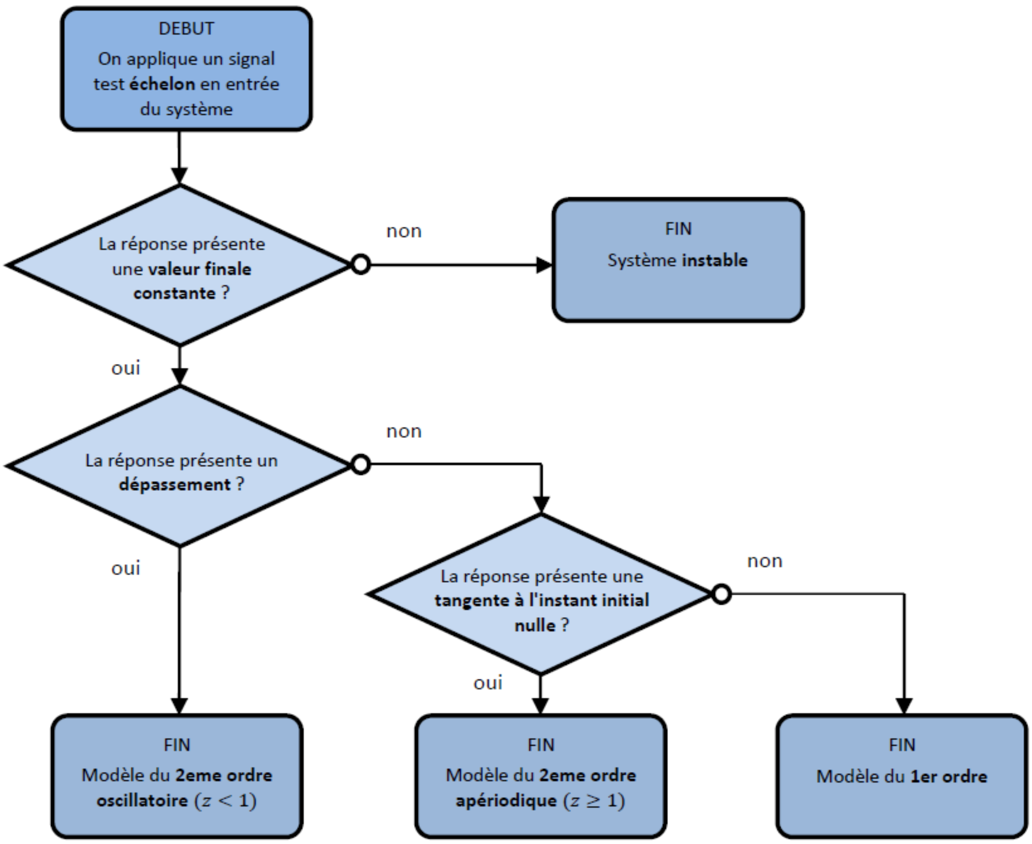


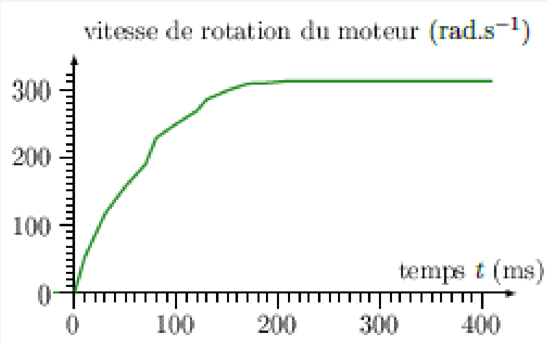
Figure 1 : *Démarche d'identification pour des modèles du 1er et du 2eme ordre*

II. Modéliser le comportement par un ordre 1

Propriété 1 – Identification d'un premier ordre : Les paramètres caractéristiques K et τ sont identifiés sur la courbe mesurée :

- K par l'intermédiaire de la valeur finale qui vaut $K \cdot e_0$ sachant que e_0 est connu.
- τ, trois méthodes sont disponibles suivant la qualité de la courbe :
  - le temps où la courbe atteint 63 % de la valeur finale vaut τ
  - le temps où la courbe atteint 95 % de la valeur finale vaut 3τ
  - la tangente à l'origine coupe l'asymptote $K \cdot e_0$ en t=τ. Cette méthode n'est en général pas conseillée car peu précise

Exemple 1 - Axe de robot::
Soit la courbe de réponse en boucle ouverte mesurée d'un axe de robot ci-dessous. La tension de consigne est un échelon d'amplitude 21V. La courbe suivante indique la mesure de la vitesse de rotation du moteur obtenue, en rad.s^{-1}.

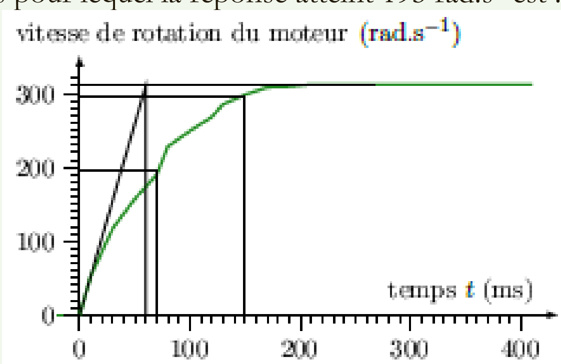


La réponse du moteur présente les caractéristiques suivantes :

- la pente de la tangente à l'origine est non nulle ;
- la courbe converge vers une valeur constante ;
- il n'y a pas d'oscillations.

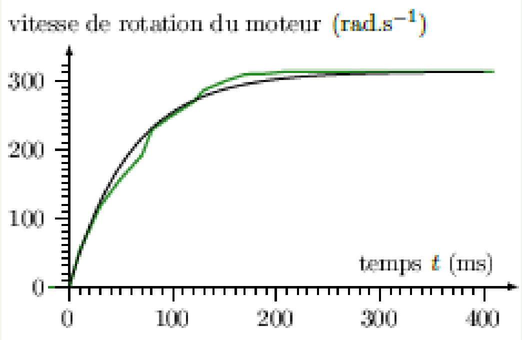
Elle peut donc raisonnablement être assimilée à la réponse d'un système du premier ordre de constante de temps τ_m et de gain K_m.

- **Détermination de K_m :** La valeur finale mesurée sur la courbe est de 310 rad.s^{-1}. La consigne étant de 21V, le gain du moteur est $\boldsymbol{K_m = \frac{310}{21} = 14.8\, rad \cdot s^{-1} \cdot V^{-1}}$
- **Détermination de τ_m :** L'instant où la courbe atteint 63 % de la valeur finale donne une estimation de la constante de temps. Sur la courbe, le temps pour lequel la réponse atteint 195 rad.s^{-1} est : τ_m=70 ms.



On en déduit donc la fonction de transfert suivante :

$$\mathbf{H(p)} = \frac{\mathbf{14.8}}{\mathbf{1 + 70 \cdot p}}$$



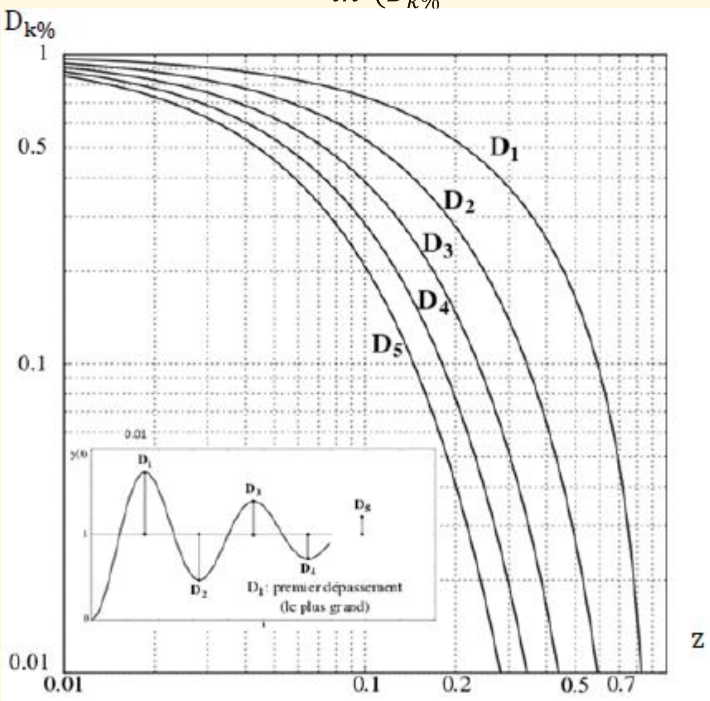
III. Modéliser le comportement par un ordre 2 oscillatoire

Dans la même démarche de modélisation comportementale que celle développée pour un premier ordre, si la réponse mesurée expérimentalement présente une tangente à l'origine nulle et des dépassements, le modèle du premier ordre ne peut plus convenir et il devient raisonnable de modéliser le comportement du système par une fonction de transfert du 2[nd] ordre.

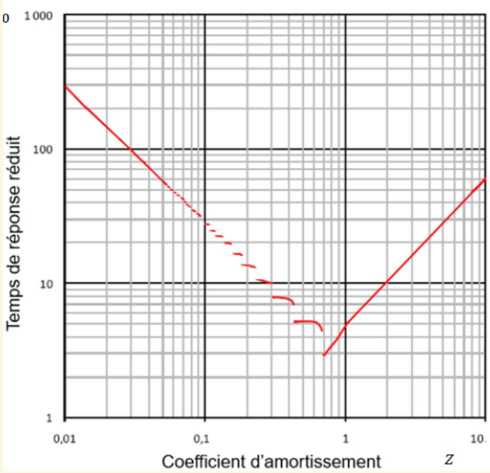
Propriété 2 – Identification d'un second ordre : Les paramètres caractéristiques K, ξ et ω_0 sont identifiés sur la courbe mesurée :

- K par l'intermédiaire de la valeur finale qui vaut $K \cdot e_0$ sachant que e_0 est connu.
- ξ par les dépassements en pourcentage, grâce à l'abaque des dépassement, Figure suivante ou la relation :

$$\xi = (1 + \frac{k^2 \cdot \pi^2}{ln^2(D_{k\%})})^{-1/2}$$



- ω_0 de plusieurs manières possibles :
  - Par le temps de réponse à 5% en utilisant l'abaque suivante



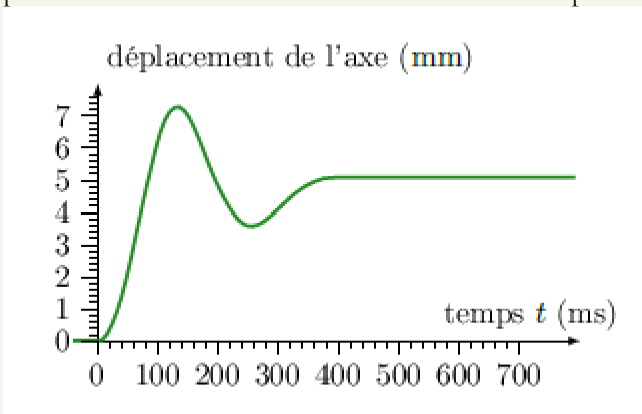
  - Par l'instant du premier dépassement, en utilisant l'expressions :

$$\omega_0 = \frac{\pi}{t_1 \cdot \sqrt{1-\xi^2}}$$

  - Par mesure de la pseudo-période et l'utilisation de l'expression :

$$T_a = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_0 \cdot \sqrt{1-\xi^2}}$$

Exemple 1 - Bras de robot::
Soit la courbe de réponse en boucle ouverte mesurée sur un axe linéaire asservi en position. La consigne est un échelon d'amplitude 5mm. La courbe suivante montre le déplacement de l'axe en mm en fonction du temps.



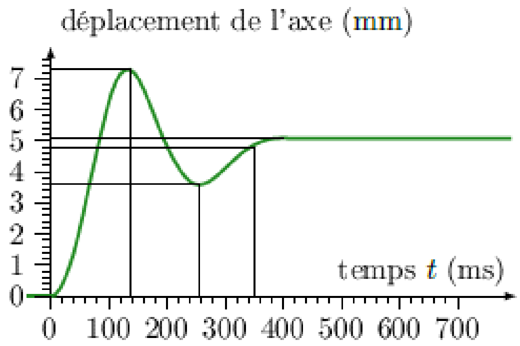
La courbe de réponse du bras de robot présente les caractéristiques suivantes.

- la pente de la tangente à l'origine est nulle ;
- la courbe converge vers une valeur constante ;
- il y a des oscillations.

Elle peut donc raisonnablement être assimilée à la réponse d'un système du deuxième ordre en régime pseudo-périodique. Le comportement global de l'axe linéaire peut donc être modélisé par un modèle du second ordre de gain K_r, de pulsation propre $\boldsymbol{\omega_r}$ et d'amortissement $\boldsymbol{\xi_r}$.

- **Détermination de K_r :** La valeur finale mesurée sur la courbe est de 5mm. La consigne étant de 5mm, le gain du robot est $K_r=1$

- **Détermination de ξ_r :** Le premier dépassement atteint la valeur 7,3 mm, soit en pourcentage $\frac{7.3-5}{5} = \mathbf{46\%}$. La courbe des dépassements relatifs permet de lire que l'amortissement ξ_r=0,25.
- **Détermination de ω_r :** Le temps de réponse à 5 % est de 350 ms. L'abaque du temps de réponse réduit permet de lire que le temps de réponse réduit $t_{5\%}$=10s, soit ω_r = 28,6 rad:s^{-1}.



On en déduit donc la fonction de transfert suivante :

$$H(p) = \frac{1}{\frac{1}{28,6^2}\cdot p^2 + \frac{2\cdot 0.25}{28,6}\cdot p + 1}$$