

I. Introduction

La cinématique a permis l'étude des mouvements sans s'occuper de la cause de ces mouvements. La statique est une partie de la mécanique qui étudie la relation de cause à effet entre l'équilibre relatif d'un système matériel et les actions mécaniques auxquelles ce système est soumis.

L'un des objectifs de la statique est de conduire à la détermination de toute action mécanique nécessaire au dimensionnement ou à la prédiction de déformations (résistance des matériaux). En préalable à l'étude et à l'application du principe fondamental de la statique, il est nécessaire de définir la notion « d'action mécanique » d'un point de vue physique mais aussi d'un point de vue mathématique.

L'objet de ce cours est donc de mettre en place les bases de la modélisation analytique des principales actions mécaniques qui seront utilisées lors de problèmes de statique.

II. Notion d'action mécanique

Définition 1 – Action Mécanique : On appelle Action Mécanique (notée AM) toute cause susceptible de provoquer l'équilibre, le mouvement ou la déformation d'un système matériel.

Il existe une grande diversité d'action mécanique : action du pied sur un ballon, action du stator sur le rotor pour une machine électrique, action de l'air sur les pales d'un hélicoptère...

III. Classification des actions mécaniques

On classe les actions mécaniques selon la nature géométrique du domaine sur lequel elles s'appliquent (contact ou non, intérieurs ou extérieurs...). On distingue ainsi :

- les actions à distance exercées en chaque point d'un corps (actions magnétiques, action de la pesanteur, ...)
- les actions de contact entre différents milieux :
 - contact surfacique (pression d'un fluide sur un solide, liaison rotule ...)
 - contact linéique ou ponctuel si la zone de contact est petite (liaison ponctuelle, liaison linéaire annulaire...)



a



b



c

Figure 1 : exemple de contact à distance (a), surfacique (b) et ponctuel (c)

IV. Représentation d'une action mécanique

A. Notion de force

Une force est caractérisée par :

- sa direction
- son sens
- son intensité.

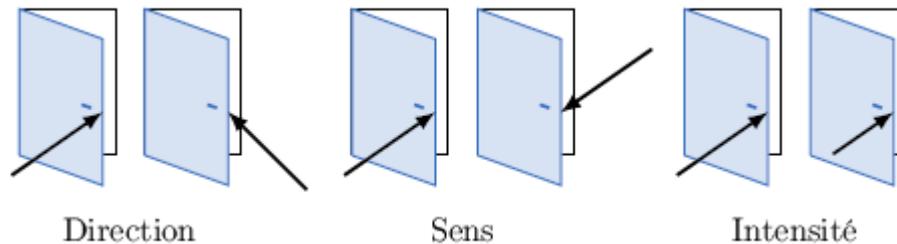


Figure 2 : définition de la direction, du sens et de l'intensité d'une force

L'utilisation d'un vecteur \vec{F} pour modéliser une force semble donc adaptée. L'unité est le Newton (N). Une force caractérise donc la tendance d'une action mécanique à mettre localement en translation un solide.

B. Notion de moment

Cette seule donnée d'une force n'est pas suffisante pour décrire une action mécanique. Pour une même force, les effets sont différents suivant les points d'application.

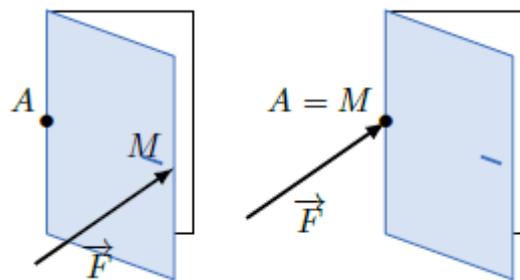


Figure 3 : Exemple du moment induit par une force appliquée sur une porte

Définition 2 – Moment : Le moment, exprimé en N.m, au point A de la force \vec{F} (appliquée localement en M) caractérise l'effet de la force en un point donné :

$$\vec{M}_A = \overrightarrow{AM} \wedge \vec{F}$$

Cette notion est indispensable car c'est parfois la seule manière de représenter simplement l'effet d'une action mécanique (exemple : action de la main sur une poignée de porte, action entre le stator et le rotor d'une machine électrique (machine à courant continu, asynchrone, synchrone...)).

Un moment caractérise ainsi la tendance d'une action mécanique à mettre en rotation un solide autour d'un axe donné.

L'expression du moment en un point prend en compte la distance de la force au point d'application et permet de représenter l'effet de la force (rotation possible autour d'un axe et selon un sens donné) L'exemple suivant illustre les caractéristiques du moment.

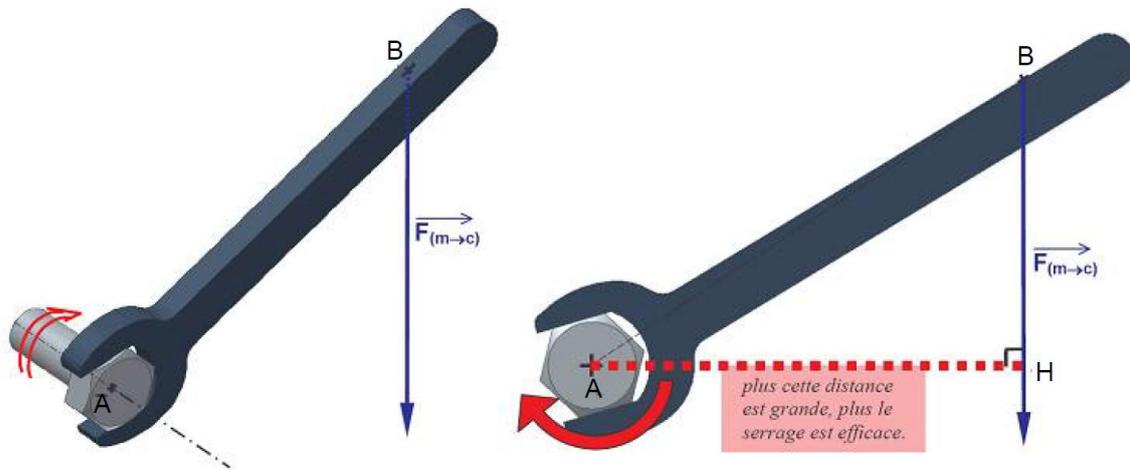


Figure 4 : Exemple de l'application d'un moment via une clé

On modélise l'action mécanique de la main sur la clé par une force appliquée au point B, représentée par le vecteur $\vec{F}_{m \rightarrow c}$. C'est cette force qui permet de serrer la vis en la faisant tourner autour du point A. On dit que la force appliquée en B crée un moment au point A.

Définition 3 – Bras de levier : La distance AH est appelée bras de levier : distance la plus courte du support de la force au point d'application.

Cette notion est utilisée en pratique pour calculer rapidement le moment d'une force sans passer par le produit vectoriel.

C. Torseur d'action mécanique

Propriété 1 : Une action mécanique est donc représentée par :

- Un vecteur \vec{F}
- Un moment en A : $\vec{M}_A = \vec{AM} \wedge \vec{F}$

Si on écrit l'effet de la force en B, on obtient :

$$\vec{M}_B = \vec{BM} \wedge \vec{F}$$

$$\vec{M}_B = \vec{BA} + \vec{AM} \wedge \vec{F}$$

$$\vec{M}_B = \vec{BA} \wedge \vec{F} + \vec{AM} \wedge \vec{F}$$

$$\vec{M}_B = \vec{BA} \wedge \vec{F} + \vec{M}_A$$

$$\vec{M}_B = \vec{M}_A + \vec{BA} \wedge \vec{F}$$

On constate que cette formule de déplacement est la relation de Varignon, le champ de moment est donc représentable par un torseur.

Définition 3 – Torseur statique : Toute action mécanique est caractérisée par un torseur :

$$\{T_{i \rightarrow j}\}_A = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R_{i \rightarrow j}} = \vec{F} \\ \overrightarrow{M_{A, i \rightarrow j}} = \overrightarrow{M_{A, \vec{F}}} \end{array} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{l} F_x \\ F_y \\ F_z \\ \overrightarrow{M_{A, \vec{F}}^x} \\ \overrightarrow{M_{A, \vec{F}}^y} \\ \overrightarrow{M_{A, \vec{F}}^z} \end{array} \right\}_{A, B_{i, j}}$$

Le vecteur force \vec{F} est appelé résultante de l'action mécanique de i sur j.

Pour exprimer l'action mécanique en un autre point, il suffit d'utiliser la relation de changement de point d'un torseur.

D. Effet de plusieurs actions mécaniques

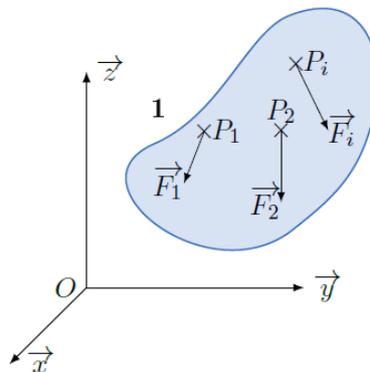


Figure 5 : Exemple de solide soumis à plusieurs forces

Lorsqu'il y a plusieurs actions mécaniques sur un même solide 1, on additionne les torseurs (en écrivant les torseurs au même point) :

$$\sum_{i=2}^n \{T_{i \rightarrow 1}\}_A = \left\{ \begin{array}{l} \sum \overrightarrow{R_{i \rightarrow 1}} \\ \sum \overrightarrow{M_{A, i \rightarrow 1}} \end{array} \right\}_A$$

On note $\{T_{1 \rightarrow 2}\}_A = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R_{1 \rightarrow 2}} \\ \overrightarrow{M_{A, 1 \rightarrow 2}} \end{array} \right\}_A$ l'action mécanique du solide 1 sur le solide 2 en A.

E. Torseur particulier

Un torseur couple est de la forme : $\{T_{i \rightarrow j}\}_M = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ \vec{C} \end{array} \right\}_M$ et s'écrit de la même manière en tout point.

Cette action mécanique correspond à l'action qui aurait tendance à faire tourner un solide. Par exemple : tire-bouchon, tourne vis, stator/rotor d'un moteur...

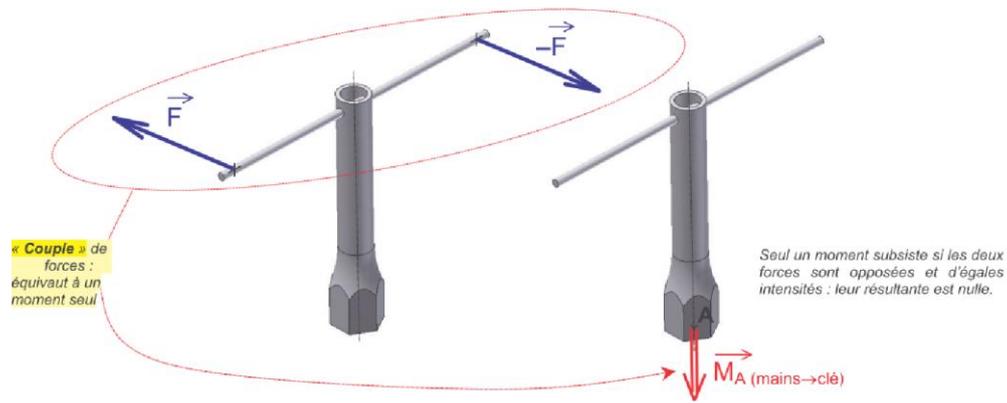


Figure 6 : Exemple de torseur couple

Un torseur glisseur est de la forme $\{T_{i \rightarrow j}\}_M = \begin{Bmatrix} \vec{F} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_M$ au point d'application de la force. Cette action mécanique correspond à l'action qui aurait tendance à faire déplacer en translation un solide. La droite (M, \vec{F}) est l'axe du glisseur. En général, par abus de langage, on appelle Force l'action mécanique correspondant à un glisseur. Par exemple : l'action du pied sur un ballon...