

Exercice 1

1. Le palier de liquéfaction à 0°C se trouve entre les paliers des isobares $P = 2,5$ bar et $P = 5$ bar. En extrapolant, on trouve $P_{\text{sat}}(0^\circ\text{C}) \simeq 4$ bar. De même on trouve $P_{\text{sat}}(20^\circ\text{C}) \simeq 8$ bar. En relevant les valeurs des isenthalpes passant le plus près des extrémités de ces paliers on trouve :

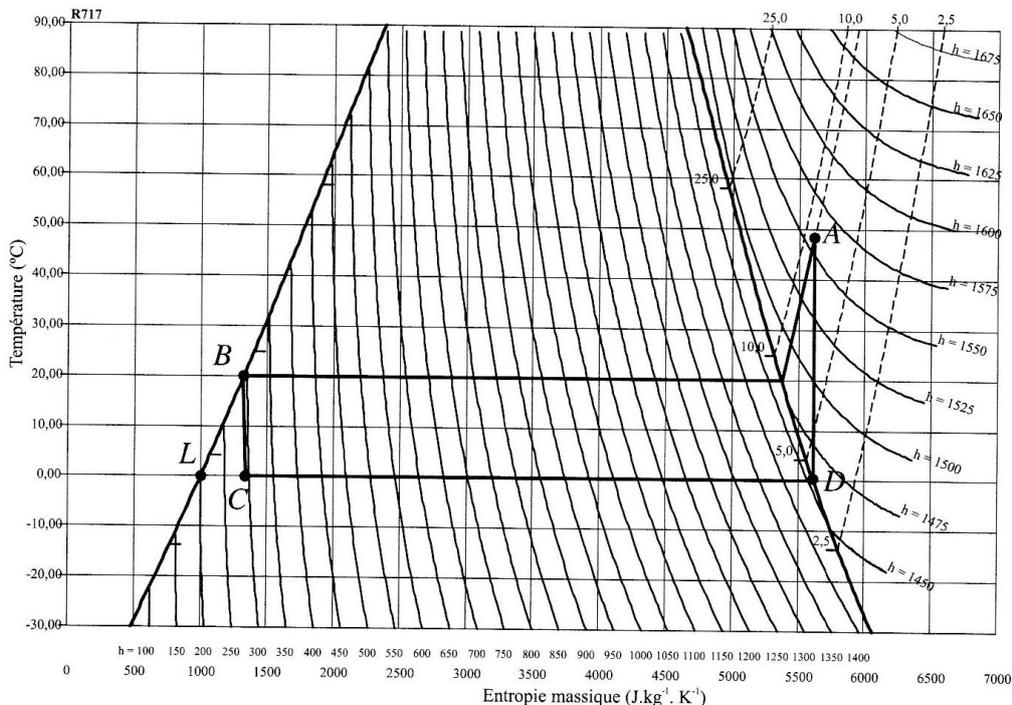
- à $T = 0^\circ\text{C}$: $\Delta_{\text{vap}}h \simeq 1450 - 200 = 1,25 \times 10^3 \text{ kJ.kg}^{-1}$,
- à $T = 20^\circ\text{C}$: $\Delta_{\text{vap}}h \simeq 1475 - 300 = 1,18 \times 10^3 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

On peut aussi relever les abscisses des extrémités de ces paliers pour en déduire l'entropie de vaporisation $\Delta_{\text{vap}}s$ et obtenir ensuite l'enthalpie de vaporisation par : $\Delta_{\text{vap}}h = T_{\text{vap}}\Delta_{\text{vap}}s$. Ainsi :

- à $T = 0^\circ\text{C}$:
 $\Delta_{\text{vap}}s \simeq 5600 - 1000 = 4600 \text{ kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$, et $\Delta_{\text{vap}}h = 273 \times 4600 = 1,25 \times 10^3 \text{ kJ.kg}^{-1}$,
- à $T = 20^\circ\text{C}$:
 $\Delta_{\text{vap}}s \simeq 5400 - 1300 = 4100 \text{ kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$, et $\Delta_{\text{vap}}h = 293 \times 4100 = 1,20 \times 10^3 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

2. On place d'abord le point B (resp. D) sur la courbe d'ébullition (resp. rosée) à la température 20°C (resp. 0°C). La transformation $B - C$ est isenthalpique car le fluide ne reçoit ni travail utile, ni transfert thermique donc C est sur l'isenthalpe passant par B que l'on trace par analogie aux isenthalpes voisines ; on en déduit le point C . La transformation $D - A$ est adiabatique et réversible donc isentropique donc A est sur la l'isentrope (droite verticale) passant par D ; A est aussi sur l'isobare $P = P_{\text{sat}}(20^\circ\text{C})$ que l'on trace par analogie avec les isobares voisines.

L'ordonnée du point A nous donne : $T_A \simeq 45^\circ\text{C}$. Enfin, $x_C = \frac{LC}{LD} \simeq 0,07$.



3. D'après le premier principe pour un système ouvert en régime stationnaire :

- $w = h_A - h_D \simeq 1560 - 1460 = 100 \text{ kJ.kg}^{-1}$,
- $q_{\text{ext}} = h_D - h_C \simeq 1460 - 290 = 1170 \text{ kJ.kg}^{-1}$,
- $q_0 = h_B - h_A \simeq 290 - 1550 = -1260 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

Le coefficient de performance de la pompe est : $\text{COP} = \frac{|q_0|}{w} = 12,6$

Le coefficient d'efficacité d'une pompe à chaleur réversible fonctionnant avec des sources de températures T_0 et T_{ext} serait : $\text{COP}_C = \left(1 - \frac{T_{\text{ext}}}{T_0}\right)^{-1} = 14,6$. Le coefficient de la machine réelle est plus faible (mais de peu).

4. En appliquant le second principe pour un système ouvert en régime stationnaire on trouve :

- pour E_1 : $s_{\text{créée}, E_1} = s_B - s_A - \frac{q_0}{T_0} = 1300 - 5600 + \frac{1260 \cdot 10^3}{293} \simeq 3 \times 10^2 \text{ kJ.K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$,
- pour le détendeur : $s_{\text{créée}, \text{dét}} = s_C - s_B$ qui est de l'ordre de $10 \text{ kJ.K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$,
- pour E_2 : $s_{\text{créée}, E_2} = 0$ car la transformation du fluide est un changement d'état isobare isotherme réversible (en calculant $s_D - s_C - \frac{q_{\text{ext}}}{T_{\text{ext}}}$ on trouve une valeur inférieure la précision de la lecture des entropies),
- pour le compresseur : $s_{\text{créée}, \text{comp}} = 0$ car la compression est réversible.

L'entropie est créée essentiellement dans l'échangeur E_1 ; l'irréversibilité est due à l'écart de température entre le fluide qui entre dans l'échangeur et la température du local.

Exercice 2

1. a. La transformation dans le compresseur est adiabatique et réversible, donc d'après la loi de Laplace : $T_1^\gamma P_1^{1-\gamma} = T_2^\gamma P_2^{1-\gamma}$. Ainsi : $T_2 = T_1 \tau^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$.

b. Le premier principe pour un système ouvert en régime stationnaire s'écrit, pour le compresseur : $h_2 - h_1 = w_{u,1 \rightarrow 2}$, car la transformation est adiabatique ($q = 0$) et on peut négliger les variations d'énergie cinétique et d'énergie potentielle. Donc : $w_{u,1 \rightarrow 2} = c_P(T_2 - T_1)$.

2. a. En utilisant le résultat précédent à l'envers on a : $T_2 = T_1 + \frac{w_{u,1 \rightarrow 2}}{c_P} = 579 \text{ K}$.

b. Les hypothèses valables dans le compresseur sont aussi valables dans la turbine, donc : $w_{u,3 \rightarrow 4} = c_P(T_4 - T_3)$. De plus, c'est le travail fourni par le gaz dans la turbine qui permet au compresseur de fonctionner, donc : $w_{u,3 \rightarrow 4} = -w_{u,1 \rightarrow 2}$. Donc $T_4 = T_3 - \frac{w_{u,1 \rightarrow 2}}{c_P} = 921 \text{ K}$.

3. Dans la turbine et la tuyère, les transformations sont adiabatiques et réversibles donc, d'après la loi de Laplace :

a. $T_3^\gamma P_3^{1-\gamma} = T_4^\gamma P_4^{1-\gamma}$, d'où : $P_4 = P_3 \left(\frac{T_4}{T_3}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 3,96 \text{ bar}$.

b. $T_3^\gamma P_3^{1-\gamma} = T_5^\gamma P_5^{1-\gamma}$, d'où : $T_5 = T_3 \left(\frac{P_3}{P_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_3 \tau^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 621 \text{ K}$.

4. a. Le premier principe pour un système ouvert en régime stationnaire s'écrit, pour la tuyère : $h_5 - h_4 + e_{c,5} = 0$ puisque que la tuyère est adiabatique ($q_{4 \rightarrow 5} = 0$), elle ne comporte pas de partie mobile ($w_{u,4 \rightarrow 5} = 0$) et la variation d'énergie potentielle est négligeable. Il vient donc : $e_{c,5} = h_4 - h_5 = c_P(T_4 - T_5)$. Finalement : $\mathcal{P}_{\text{cin}} = D_m c_P(T_4 - T_5)$.

b. Numériquement : $\mathcal{P}_{\text{cin}} = 15,0 \text{ kW}$.

5. a. Le premier principe pour un système ouvert en régime stationnaire s'écrit, pour la chambre de combustion : $h_3 - h_2 = q_{2 \rightarrow 3}$ car les variations d'énergie cinétique et d'énergie potentielle sont nulles et il n'y a pas de pièce mobile (donc $w_{u,2 \rightarrow 3} = 0$). Étant donné que $\mathcal{P}_{\text{th}} = D_m q_{2 \rightarrow 3}$ et que $h_3 - h_2 = c_P(T_3 - T_2)$, il vient : $\mathcal{P}_{\text{th}} = D_m c_P(T_3 - T_2)$.

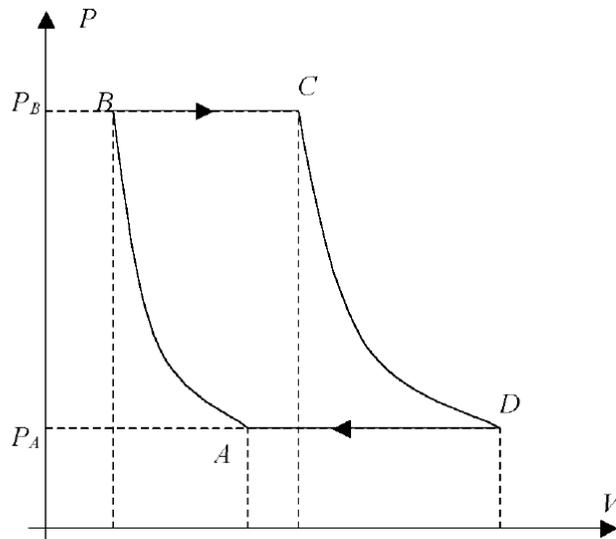
Finalement : $\eta_{\text{th}} = \frac{T_4 - T_5}{T_3 - T_2}$.

b. Numériquement : $\eta_{th} = 48,3\%$.

$$6. D_k = \frac{\mathcal{P}_{th}}{\rho_k} = \frac{c_P(T_3 - T_2)}{\rho_k} = 12,4 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Exercice 3

Cycle dans le diagramme de Clapeyron :



Etude des états d'équilibre intermédiaires :

Lois des gaz parfaits : $V_A = \frac{n \cdot R \cdot T_A}{P_A}$

$$V_B = \frac{n \cdot R \cdot T_A}{P_B},$$

$$V_C = \frac{n \cdot R \cdot T_C}{P_B}$$

$$\text{et } V_D = \frac{n \cdot R \cdot T_C}{P_A}.$$

Le cycle dans le diagramme de Clapeyron est présenté sur la figure ???. C'est bien un cycle moteur, car il est parcouru dans le sens des aiguilles d'une montre.

Bilans d'énergie :

$$W(AB) = -Q(AB) = n \cdot R \cdot T_A \cdot \ln\left(\frac{P_B}{P_A}\right) > 0,$$

$$W(BC) = -n \cdot R \cdot (T_C - T_A) < 0, \quad Q(BC) = \frac{\gamma \cdot n \cdot R}{\gamma - 1} (T_C - T_A) > 0,$$

$$W(CD) = -Q(CD) = n \cdot R \cdot T_C \cdot \ln\left(\frac{P_A}{P_B}\right) < 0$$

$$\text{et } W(DA) = n \cdot R \cdot (T_C - T_A) > 0, \quad Q(DA) = \frac{\gamma \cdot n \cdot R}{\gamma - 1} (T_A - T_C) < 0.$$

$$W = n \cdot R \cdot (T_A - T_C) \cdot \ln\left(\frac{P_B}{P_A}\right) < 0. \text{ C'est un cycle moteur.}$$

Le rendement est :

$$\eta = \frac{-W}{Q(BC) + Q(CD)} = \frac{-(T_A - T_C) \cdot \ln\left(\frac{P_B}{P_A}\right)}{\frac{\gamma}{\gamma - 1} (T_C - T_A) - T_C \cdot \ln\left(\frac{P_A}{P_B}\right)}$$

AN : $\eta = 0,28$.

Exercice 4

En notant avec un indice « c » les paramètres de l'eau chaude, « f » ceux de l'eau froide et T_s la température de sortie du mélange, le premier principe des systèmes ouverts à deux entrées et une sortie pour le fluide dans le mélangeur qui ne reçoit ni travail ni transfert thermique extérieurs s'écrit avec les débits massiques :

$$D_{mc}T_c + D_{mf}T_f - (D_{mc} + D_{mf})T_s = 0$$

d'où le titre (ou proportion) x du débit d'eau chaude dans le mélange :

$$x = \frac{D_{mc}}{D_{mc} + D_{mf}} = \frac{T_s - T_f}{T_c - T_f} = 0,49$$

Rq : Utiliser une eau très chaude est coûteux, mais les normes sanitaires l'imposent pour éviter les risques de prolifération de bactéries comme les légionelles.

Une personne consomme 100 € d'électricité par an (pour le chauffe-eau) soit une énergie quotidienne de :

$$E_q = \frac{100}{0,15} \times \frac{1}{365} = 1,83 \text{ kWh.jour}^{-1} = 6,58 \text{ MJ.jour}^{-1} \text{ puisque } 1 \text{ Wh} = 3,6 \text{ kJ}$$

Lors d'un fonctionnement permanent de la chaudière, cette puissance sert à échauffer l'eau circulant avec le débit D_{mc} , non connu, de $T_f = 12^\circ\text{C}$ à $T_c = 65^\circ\text{C}$.

Le premier principe relatif à un écoulement stationnaire de l'eau dans la chaudière s'écrit :

$$D_{mc}c(T_c - T_f) = E_q \quad (\text{car } \mathcal{P}_{th} = E_q \text{ et } \mathcal{P}_u = 0)$$

Le débit total d'eau tiède vaut $(D_{mc} + D_{mf}) = 49 + 6 + 8 = 63 \text{ kg.jour}^{-1}$ (attention l'eau chaude du lave-vaisselle ne vient pas du chauffe-eau...).

Avec $D_{mc} = x(D_{mc} + D_{mf})$, on en déduit la capacité thermique massique de l'eau :

$$c = \frac{E_q}{x(D_{mc} + D_{mf})(T_c - T_f)}$$

AN : $c \approx 4,0 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$, une fort bonne valeur.