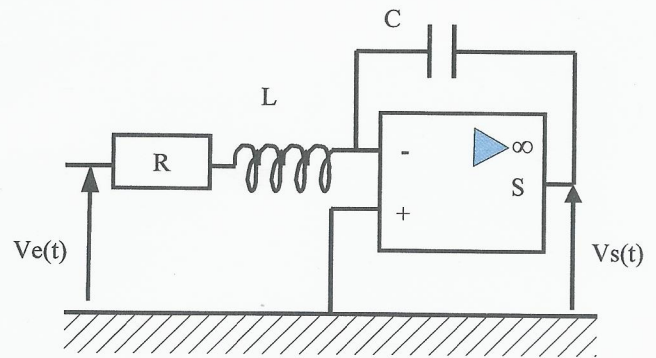


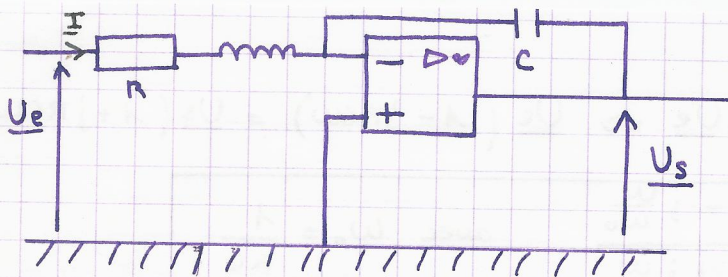
2. Réponse à un échelon de tension ☺☺

On considère l'ALI idéal dans le montage ci-contre. Donner l'expression de $V_s(t)$, lorsque $v_e(t)$ est un échelon de tension tel que :

- pour $t < 0$ $v_e(t) = 0$.
- pour $t > 0$ $v_e(t) = E$.
- Pour $t < 0$, on supposera le condensateur déchargé et l'intensité nulle dans la bobine.



Solution:



$$\underline{U_e} = (R + j\omega L) \underline{I}$$

$$\underline{U_s} = \frac{-\underline{I}}{j\omega C} \Rightarrow \underline{I} = -j\omega C \underline{U_s}$$

$$\Rightarrow \underline{U_e} = (-j\omega RC + L\omega^2) \underline{U_s}$$

En notation réelle :
$$U_e(t) = -RC \frac{dU_s}{dt} - LC \frac{d^2 U_s}{dt^2} = E$$

$$U_s(t) = U_p(t) + U_h(t)$$

$$U_p(t) = \frac{-E}{RC} t \quad U_h(t) \text{ tq } \frac{d^2 U_s(t)}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dU_s}{dt} = 0$$

$$x^2 + \frac{R}{L}x = 0 \Rightarrow x(x + \frac{R}{L}) = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \quad x_2 = -\frac{R}{L}$$

$$U_h(t) = A e^{-\frac{R}{L}t} + B \Rightarrow$$

$$U_s(t) = A e^{-\frac{R}{L}t} + B - \frac{E}{RC} t$$

À $t = 0^+$ $U_s(0) = 0 \Rightarrow$ le condensateur n'est pas chargé

$$\Rightarrow A + B = 0 \Rightarrow B = -A$$

De plus $U_e(t) = R i(t) + L \frac{di(t)}{dt}$ et $U_s(t) = \frac{q(t)}{C}$

$$\frac{dU_s}{dt} = \frac{1}{C} \frac{dq(t)}{dt} = \frac{i(t)}{C}$$

À $t = 0^+$ $i = 0$ car on a continuité de l'intensité dans la bobine.

$$\frac{dU_s}{dt} = A \times -\frac{R}{L} e^{-\frac{R}{L}t} - \frac{E}{RC} \quad \text{À } t = 0 \Rightarrow 0 = -\frac{R}{L} A - \frac{E}{RC} \Rightarrow A = \frac{-EL}{R^2 C}$$

$$U_s(t) = \frac{-E}{RC} \left[t + \frac{L}{R} \left(e^{-\frac{R}{L}t} - 1 \right) \right]$$