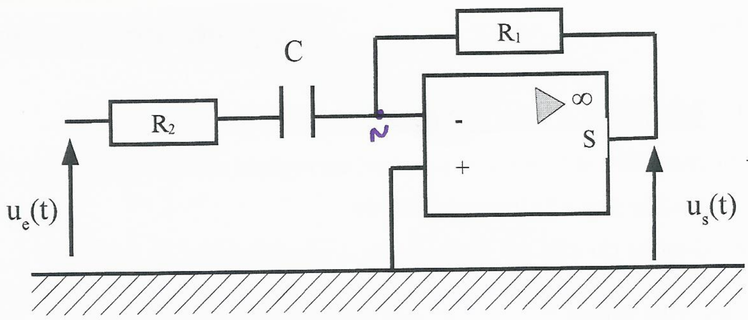
5. Filtre actif amplificateur ☺☺



1. Identifier sans calcul la nature du filtre ci-contre.
2. Etablir sa fonction de transfert sous la forme canonique

$$\underline{H}(j\omega)=H_0\frac{j\frac{\omega}{\omega_c}}{1+j\frac{\omega}{\omega_c}}.$$

3. On souhaite une pulsation de coupure $\omega_c = 1.10^4 rad.s^{-1}$ et un gain de 20dB en haute fréquence. Déterminer la valeur de C et R_1 pour $R_2 = 1\ k\Omega$.
4. Tracer le diagramme de Bode du filtre.
5. On envoie en entrée du filtre une tension sinusoïdale $u_e(t) = E_0 \cos(\omega t)$. Donner l'allure de la tension de sortie et de son spectre dans les 4 cas suivants :

- $E_0 = 1$ V et $\omega = 1.10^2 rad.s^{-1}$
- $E_0 = 3$ V et $\omega = 1.10^2 rad.s^{-1}$
- $E_0 = 1$ V et $\omega = 1.10^5 rad.s^{-1}$
- $E_0 = 3$ V et $\omega = 1.10^5 rad.s^{-1}$

---

1) quand $\omega \to 0$ $\dashv\vdash \iff -/-$ $\quad U_s = V^- = V^+ = 0$

quand $\omega \to \infty$ $\dashv\vdash \iff$ —— $\quad V_N = V^- = V^+ = 0 = \dfrac{\frac{U_s}{R_1} + \frac{V_e}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$

$\Rightarrow u_s(t) = -\dfrac{R_1}{R_2} u_e(t)$ le montage est amplificateur inverseur, c'est un filtre passe-haut.

2) On applique Millmann en N : $\underline{V_N} = \dfrac{\frac{\underline{U_e}}{R_2 + \frac{1}{jC\omega}} + \frac{\underline{U_s}}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + jC\omega + \frac{1}{R_1}} = V^+ = 0$

$$\Rightarrow \underline{U_s} = \frac{-R_1 \underline{U_e}}{R_2 + (jC\omega)^{-1}} = \frac{-jR_1C\omega\, \underline{U_e}}{1 + jR_2C\omega} \times \frac{R_2}{R_2}$$

$$\Rightarrow \underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{U_s}}{\underline{U_e}} = -\frac{R_1}{R_2}\, \frac{jR_2C\omega}{1+jR_2C\omega}$$

$$\boxed{\underline{H}(j\omega) = H_0 \frac{j\frac{\omega}{\omega_c}}{1+j\frac{\omega}{\omega_c}} \qquad \omega_c = \frac{1}{R_2C} \qquad H_0 = -\frac{R_1}{R_2}}$$

3) $\omega_c = 2\pi f_c = \dfrac{1}{R_2C} \Rightarrow C = \dfrac{1}{R_2\omega_c} = \dfrac{1}{10^3 \times 10^4}$

$\Rightarrow \boxed{C = 10^{-7}\ F = 0{,}1\ \mu F}$

En HF $\quad G_{dB\infty} = 20 \log \dfrac{R_1}{R_2} = 20 \Rightarrow \log \dfrac{R_1}{R_2} = 1$

$\Rightarrow \dfrac{R_1}{R_2} = 10^1 \Rightarrow \boxed{R_1 = 10\ k\Omega}$

4) Diagramme de Bode

Diagramme asymptotique :

quand $\omega \to 0$ $\quad \underline{H}(j\omega) = H_0 \times j\frac{\omega}{\omega_c}$ avec $H_0 < 0$

$\Rightarrow \varphi_0 = -\frac{\pi}{2}$

$GdB_0 = 20\log|H_0| - 20\log\omega_c + 20\log\omega$ pente de $+20$ dB / décade.

quand $\omega \to \infty$ $\quad \underline{H}(j\omega) = H_0 \Rightarrow \varphi_\infty = -\pi$

$GdB_\infty = 20\log|H_0| = 20$

Diagramme réel :

pour $\omega = \omega_c$: $GdB(\omega_c) = GdB_{max} - 3$

$\underline{H}(j\omega_c) = H_0 \dfrac{j}{1+j}$ $\qquad \varphi(\omega_c) = \arg H_0 + \arg j - \arg 1+j$

$= -\pi + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}$

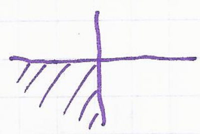
$= -\pi + \frac{\pi}{4} = -\frac{3\pi}{4}$

domaine de

variation de φ : $\quad \underline{H}(j\omega) = H_0 \dfrac{j\frac{\omega}{\omega_c}\left(1 - j\frac{\omega}{\omega_c}\right)}{1+\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}$

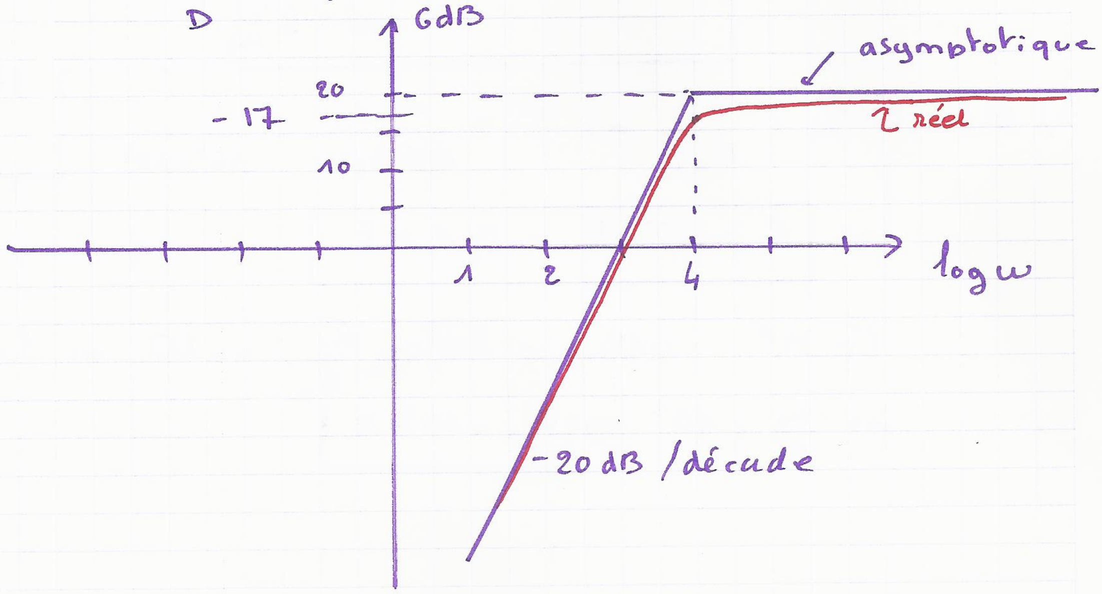
$\Rightarrow \underline{H}(j\omega) = H_0 \dfrac{j\frac{\omega}{\omega_c} + \frac{\omega^2}{\omega_c^2}}{1+\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} = \dfrac{H_0 \frac{\omega^2}{\omega_c^2}}{1+\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} + j\dfrac{H_0 \frac{\omega}{\omega_c}}{1+\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}$

$\sin\varphi = \dfrac{H_0 \frac{\omega}{\omega_c}}{D} < 0$



$-\pi < \varphi < -\frac{\pi}{2}$

$\cos\varphi = \dfrac{H_0 \frac{\omega^2}{\omega_c^2}}{D} < 0$



4) $u_e(t) = E_0 \cos(\omega t)$

se traite de façon identique

- $E_0 = 1V$
- $E_0 = 3V$

$\omega = 10^2$ rad.s^{-1} , $\frac{\omega}{\omega_c} = 10^{-2}$, on peut supposer $\underline{H} = H_0 \frac{j\omega}{\omega_c} = -\frac{R_1}{R_2} \times j\, 10^{-2}$ $\qquad \varphi = -\frac{\pi}{2}$

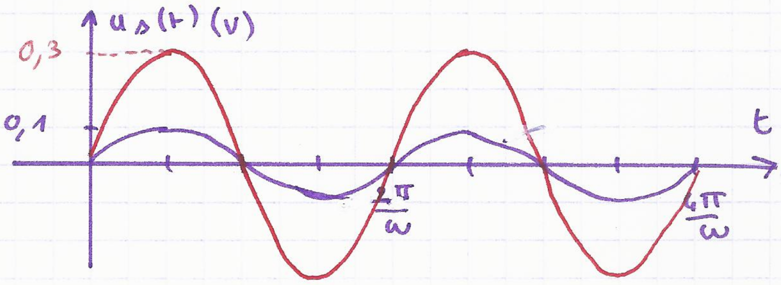
$$|\underline{H}| = \frac{R_1}{R_2} \times 10^{-2} = 10 \times 10^{-2} = 10^{-1} = \frac{U_{sm}}{E_0} \Rightarrow U_{sm} = \frac{E_0}{10} = 0{,}1V$$

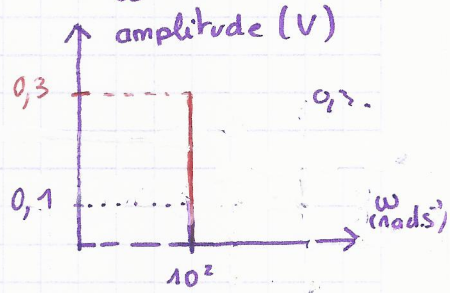
En sortie : $u_s(t) = \frac{E_0}{10} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{E_0}{10} \sin \omega t$

- Si $E_0 = 1V$ $\quad u_s(t) = 0{,}1 \sin \omega t$
- Si $E_0 = 3V$ $\quad u_s(t) = 0{,}3 \sin \omega t$

$\omega = 10^2$ rad.s^{-1} $= 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

$T = \frac{2\pi}{\omega}$





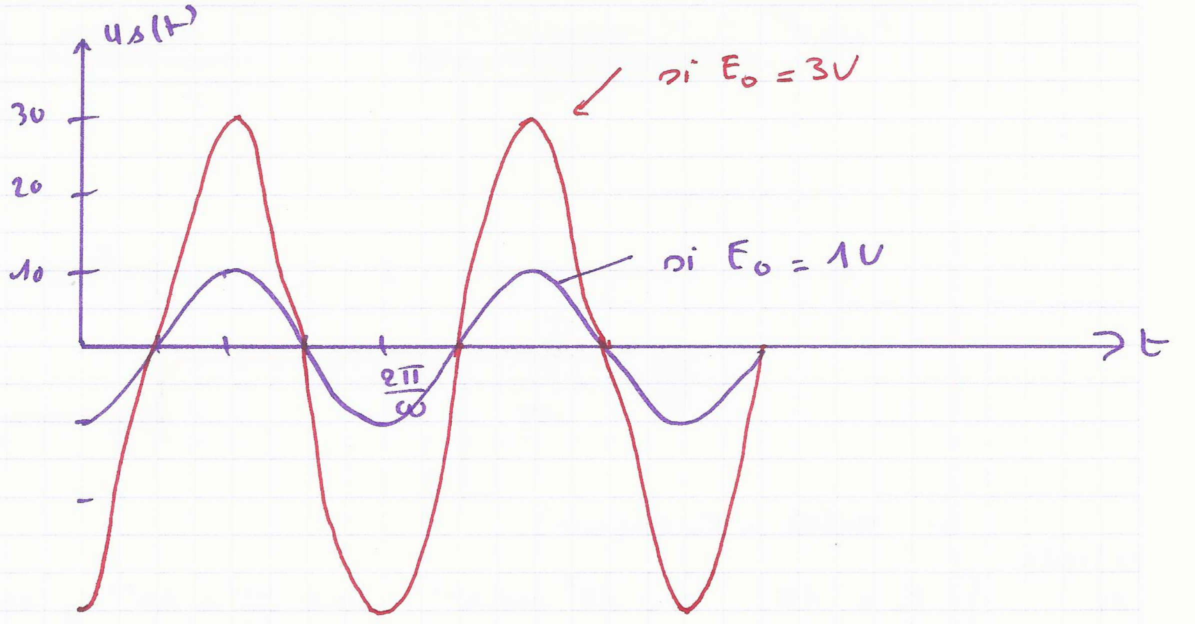
- Si $E_0 = 1V$
- Si $E_0 = 3V$

pour $\omega = 10^5$ rad.s^{-1} $\quad \frac{\omega}{\omega_c} = 10$ $\quad$ on peut supposer $\underline{H} = H_0 = -\frac{R_1}{R_2} = -10 \Rightarrow |\underline{H}| = 10$

$\Rightarrow U_{sm} = 10\ E_0$

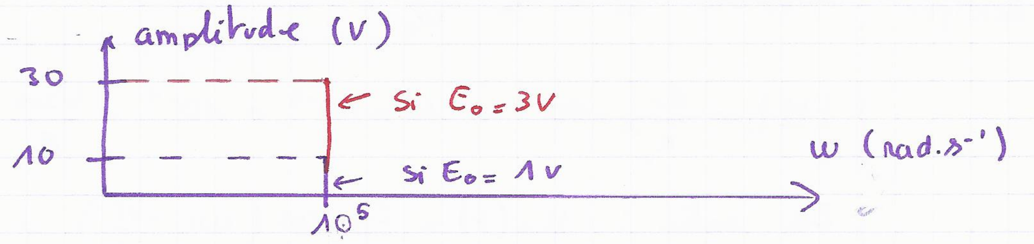
$\varphi = -\pi$

- Si $E_0 = 1V$ $\quad u_s(t) = 10 \cos(\omega t - \pi) = -10 \cos \omega t$
- Si $E_0 = 3V$ $\quad u_s(t) = 30 \cos(\omega t - \pi) = -30 \cos \omega t$



us(t)
30
20
10
si E₀ = 3V
si E₀ = 1V
t
2π/ω

Spectre



amplitude (V)
30
10
si E₀ = 3V
si E₀ = 1V
ω (rad.s⁻¹)
10⁵