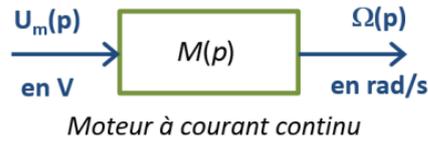


Exercice 1 : Moteur à courant continu

Dans de nombreuses études, un moteur à courant continu est modélisé par une seule équation qui lie l'entrée $u_m(t)$ la tension d'alimentation du moteur avec la sortie $\omega(t)$ la vitesse angulaire de l'axe moteur :



Ceci signifie que $C_r(t)$ la perturbation (couple résistant sur l'axe moteur) a été négligée dans ce modèle du moteur. Dans l'étude qui suit, le **modèle de connaissance du moteur à courant continu est affiné**. Il est défini par les 4 équations suivantes. L'équation (1) correspond à la loi d'Ohm dans le circuit d'induit, l'équation (2) et (4) aux lois de l'électromagnétisme au sein du moteur, l'équation (3) correspond à la loi de la dynamique sur l'axe du moteur.

$$u_m(t) = e(t) + R \cdot i(t) + L \frac{di(t)}{dt} \quad (1)$$

$$e(t) = K_e \cdot \omega(t) \quad (2)$$

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} = c_m(t) - c_r(t) - f \cdot \omega(t) \quad (3)$$

$$c_m(t) = K_c \cdot i(t) \quad (4)$$

avec :

$u_m(t)$: tension d'entrée du moteur (en V)

L : inductance du moteur ($7,5 \cdot 10^{-4}$ H)

$e(t)$: force contre-électromotrice (en V)

$\omega(t)$: vitesse de rotation (en rad/s)

$i(t)$: intensité (en A)

K_e : constante de force contre-électromotrice (0,11 V/(rad/s))

f : coefficient de frottement (0,01 N.m/(rad/s))

$c_m(t)$: couple moteur (en N.m)

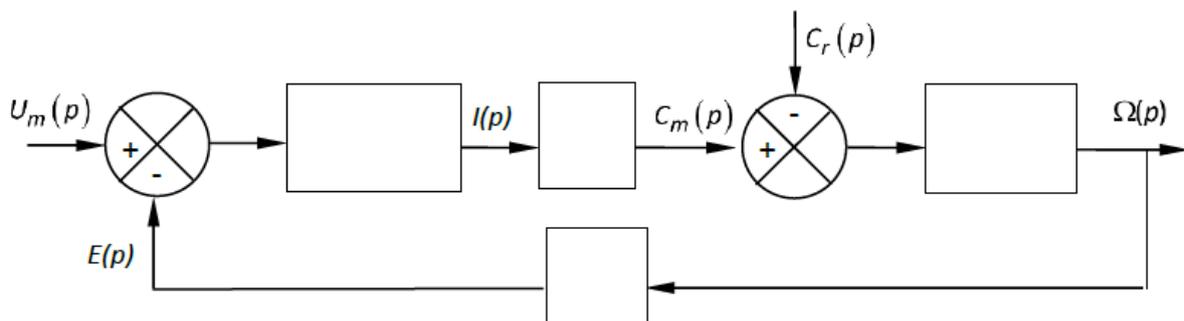
J : inertie équivalente ramenée sur l'arbre moteur ($5 \cdot 10^{-5}$ kg.m²)

$c_r(t)$: couple résistant (en N.m)

R : résistance du moteur (2,5 Ω)

K_c : constante de couple (0,11 N.m/A)

Question 1 : Les conditions initiales étant nulles, écrire les transformées de Laplace des quatre équations ci-dessus. Puis, compléter le schéma-bloc ci-dessous.



Question 2 : Sachant que ce système comporte une boucle et des comparateurs, déterminer s'il s'agit d'un système asservi ou non.

Question 3 : Exprimer de façon littérale la fonction de transfert non perturbée : $\left. \frac{\Omega(p)}{U_m(p)} \right|_{C_r(p)=0}$

Question 4 : Exprimer de façon littérale la fonction de transfert : $\left. \frac{\Omega(p)}{C_r(p)} \right|_{U_m(p)=0}$

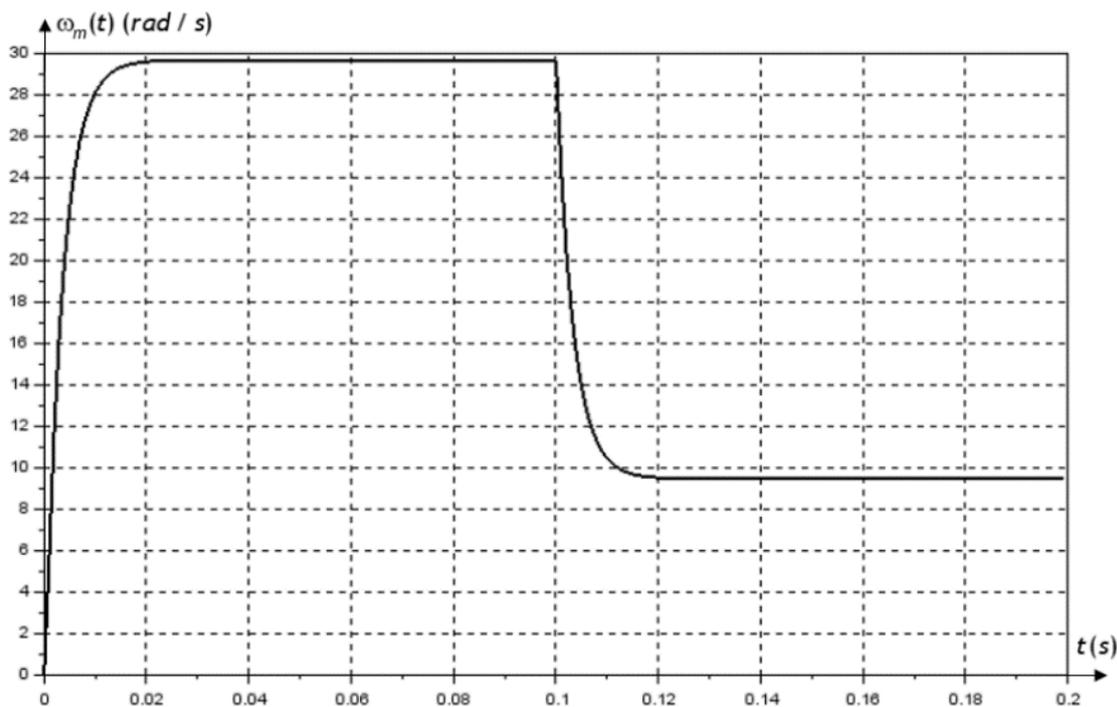
Question 5 : En précisant le théorème utilisé, en déduire $\Omega(p)$ en fonction de $U_m(p)$ et $C_r(p)$.

Question 6 : Prévoir la performance de stabilité du modèle du moteur

Question 7 : Donner l'expression de $\omega(+\infty)$ lorsque $u_m(t)$ est un échelon d'amplitude U_{m0} et $c_r(t)$ est un échelon d'amplitude C_{r0} .

Question 8 : Faire l'application numérique avec $U_{m0} = 10 \text{ V}$ et $C_{r0} = 0 \text{ N.m}$ puis $0,3 \text{ N.m}$.

Une simulation numérique est réalisée en appliquant un échelon de tension $u_m(t)$ d'amplitude 10 V et un échelon de perturbation $c_r(t)$ d'amplitude 0,3 Nm retardé de 0,1 s.

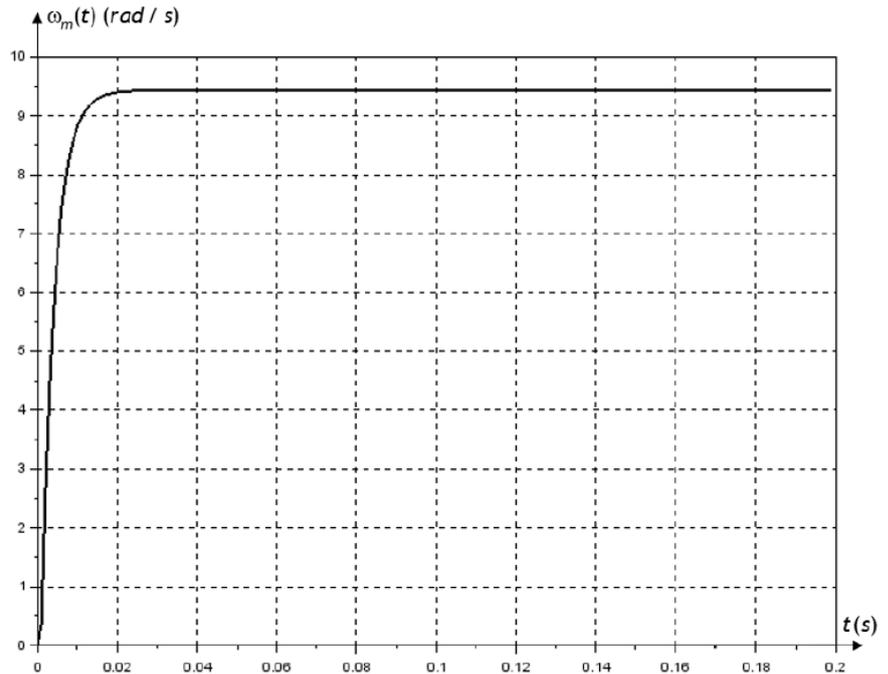


Question 9 : Les résultats obtenus lors de la simulation manuelle sont-ils cohérents avec la courbe ci-contre obtenue par simulation numérique ?

Question 10 : Que peut-on conclure après analyse de cette courbe ?

Une seconde simulation numérique est réalisée en appliquant l'échelon de perturbation dès le début de l'essai :

Question 11 : Conclure sur les performances de stabilité, rapidité et précision du modèle perturbé.



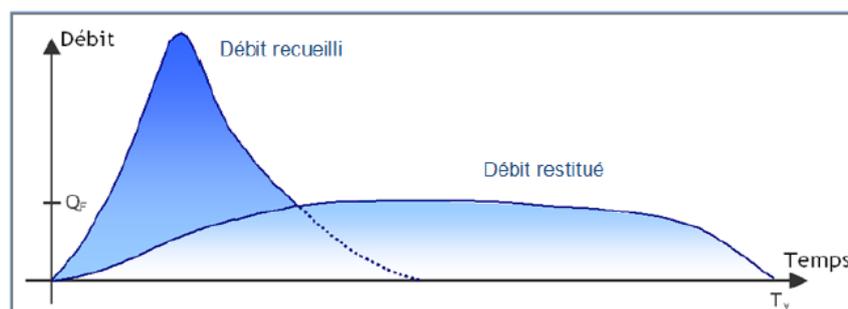
Ex2 : Système Ramses

Après avoir été confrontée à des orages violents ayant entraînés des inondations exceptionnelles au début des années 80, la ville de bordeaux a décidé de faire une priorité de son programme de lutte contre les inondations. Presque trente ans plus tard et après plus d'un milliard d'euros de travaux réalisés, le système RAMSES est l'un des systèmes anti-inondations les plus performants au monde.



Observation en temps réel du comportement d'un bassin de stockage depuis la « tour de contrôle »

Grâce à un réseau de tranchées drainantes, l'eau est stockée localement dans différents bassins puis restituée progressivement à faible débit dans le réseau aval (Garonne ou usine de traitement) au moyen d'un ouvrage hydraulique de régulation. Différentes caractéristiques du système sont fournies ci-dessous :



Plus de 2052 km de canalisations de diamètre 300 mm à 4 500 mm	49 pluviographes
82 bassins d'étalement et de stockage offrant une capacité totale de 2 544 850 m ³	300 limnimètres (équipement permettant l'enregistrement et la transmission de la mesure de la hauteur d'eau, en un point donné, dans un cours d'eau, un réservoir...)
61 stations de pompage d'un débit total de 133,4 m ³ /s	31 débitmètres
Un réseau d'échange d'informations et un télé-contrôle centralisé	6 marégraphes

Canalisation ($\varnothing = 4,5 \text{ m}$)

Station de pompage



Bassin de stockage enterré

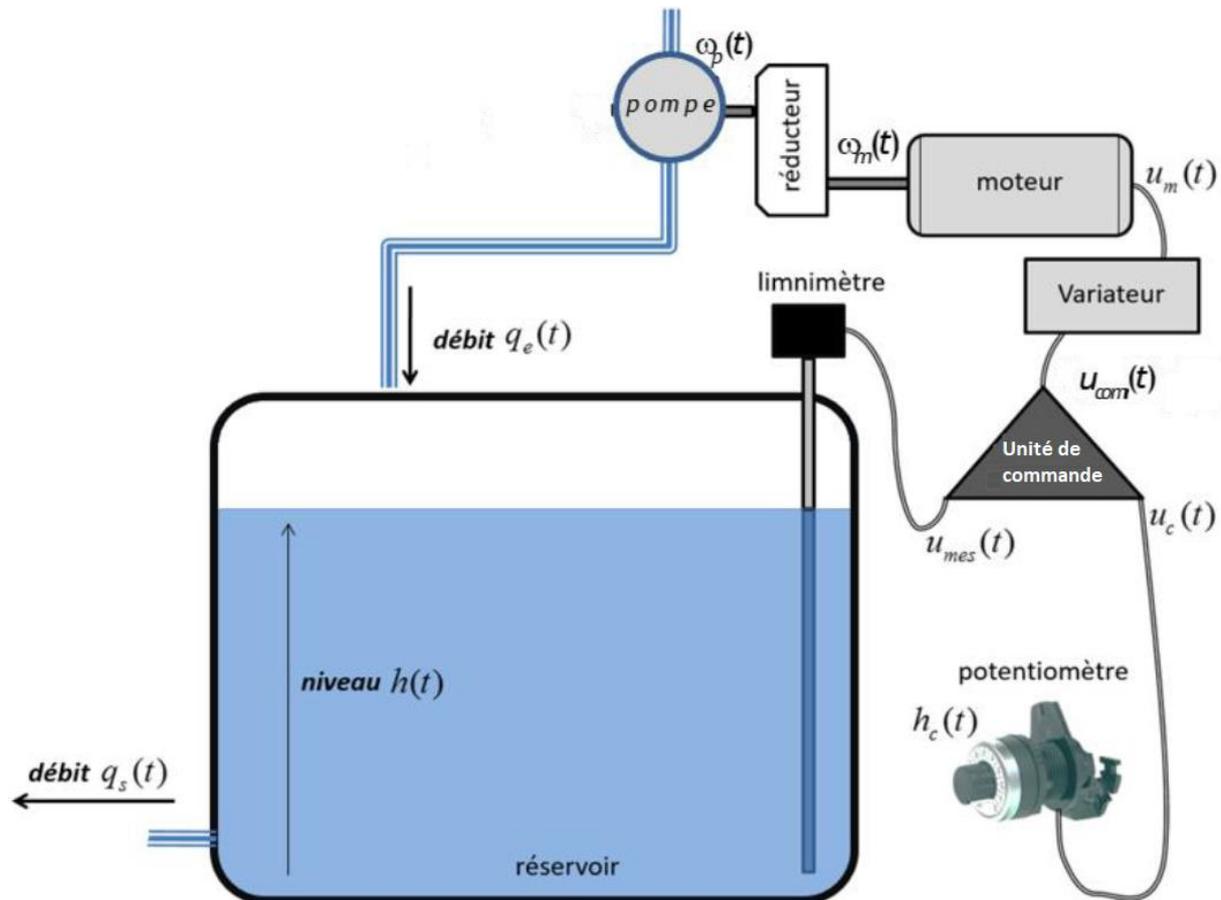


Bassin d'étalement extérieur

Présentation du système de régulation du niveau d'eau d'un bassin

Le schéma page suivante permet de décrire l'activité principale du système qui est la régulation du niveau d'eau. Les principaux constituants sont :

- un **moteur** tournant à la vitesse angulaire $\omega_m(t)$ (en rad/s) lorsqu'il est alimenté par une tension $u_m(t)$ (en V) ;
- un **réducteur** permettant de réduire la vitesse angulaire de l'axe du moteur $\omega_m(t) \rightarrow \omega_p(t)$;
- une **pompe** délivrant un débit volumique $q_e(t)$ (en m³/s) proportionnel à sa vitesse angulaire $\omega_p(t)$ (en rad/s) ;
- un **réservoir** de section constante S (en m²) dont le débit d'entrée est $q_e(t)$. On note $q_s(t)$ le débit volumique dû à une fuite dans le réservoir. La variation de la hauteur d'eau du réservoir dépend de la différence entre le débit entrant et le débit de fuite ;
- un **limnimètre** (capteur de hauteur d'eau) permettant de traduire le niveau d'eau $h(t)$ (en m) dans le réservoir en une tension électrique $u_{mes}(t)$ (en V), image électrique du niveau d'eau ;



- un **potentiomètre** (interface H/M) permettant de traduire la consigne de niveau d'eau souhaité $h_c(t)$ (en m) en tension $u_c(t)$ (en V), image électrique de cette consigne ;
- une **unité de commande (comparateur + correcteur)** permettant :
 - de comparer la tension de consigne $u_c(t)$ à la tension de mesure $u_{mes}(t)$ et d'en déduire une tension $\varepsilon(t)$ (en V), image de l'erreur ;
 - de corriger cette tension $\varepsilon(t)$ en une tension de commande du variateur $u_{ordre}(t)$;
- un **variateur** permettant de délivrer la tension $u_m(t)$ nécessaire au moteur, de façon proportionnelle à la commande électrique $u_{com}(t)$ qu'il reçoit.

Les modèles de connaissance des différents composants sont définis, dans le domaine temporel, par les équations suivantes :

- **correcteur** : $u_{com}(t) = A \cdot \varepsilon(t)$ (correction à action proportionnelle) ;

- **moteur** : $\tau \frac{d\omega_m(t)}{dt} + \omega_m(t) = K_m \cdot u_m(t)$

- **réservoir** : $q_e(t) - q_s(t) = \frac{dh(t)}{dt}$

- les modèles du **variateur**, du **réducteur**, de la **pompe** et du **limnimètre** sont des relations de proportionnalité de coefficients respectifs : B , r , K_p et a .

On suppose les conditions initiales nulles, et les constantes sont positives.

Question 1. Le système est-il un système asservi ? Si oui, quelle grandeur est asservie ?

Question 2. Existe-t-il une perturbation à cette asservissement susceptible d'empêcher d'atteindre la hauteur souhaitée en consigne ?

Question 3. Déterminer la structure du schéma-bloc modélisant cet asservissement, en identifiant les différents composants (nom sous les blocs) et en précisant leur fonction de transfert à l'intérieur des blocs, ainsi que les grandeurs avec leur unité transmises d'un bloc à l'autre.

Question 4. Déterminer les deux fonctions de transfert :

$$F_1(p) = \left. \frac{H(p)}{H_c(p)} \right|_{Q_s(p)=0} \quad F_2(p) = \left. \frac{H(p)}{Q_s(p)} \right|_{H_c(p)=0}$$

Question 5. En déduire l'expression de $H(p)$ en fonction de $F_1(p)$, $F_2(p)$, $H_c(p)$ et $Q_s(p)$

Question 6. Prévoir la performance de stabilité du modèle de l'asservissement.

Le système est soumis à une consigne de hauteur d'eau en échelon d'amplitude h_{c0} . Simultanément, le débit de fuite est considéré comme constant et est donc modélisé par un échelon d'amplitude q_{s0} .

Question 7. Prévoir la performance de précision du modèle de l'asservissement, lorsque ce dernier est soumis aux 2 entrées précédentes (NB : il faut déterminer $h(+\infty)$, puis $e_r(+\infty)$).

Le correcteur initialement utilisé est remplacé par un correcteur proportionnel intégral. Son modèle de connaissance est : $C(p) = K_{prop} + \frac{K_{int}}{p}$

De nouveaux calculs donnent :

$$F_1(p) = \left. \frac{H(p)}{H_c(p)} \right|_{Q_s(p)=0} = \frac{1 + a_1 \cdot p}{1 + b_1 \cdot p + c_1 \cdot p^2 + d_1 \cdot p^3}$$

$$F_2(p) = \left. \frac{H(p)}{Q_s(p)} \right|_{H_c(p)=0} = \frac{-p}{e_2} \cdot \frac{1 + a_2 \cdot p}{1 + b_2 \cdot p + c_2 \cdot p^2 + d_2 \cdot p^3}$$

Question 8. Prévoir la performance de précision du modèle de l'asservissement, lorsque ce dernier est soumis à une consigne de hauteur d'eau en échelon d'amplitude h_{c0} et à une perturbation débit de fuite en échelon d'amplitude q_{s0} .

On suppose maintenant que la taille de la fissure dans la paroi du bassin, à l'origine de la fuite, évolue au cours du temps. Dans une première approche, on modélise l'évolution du débit qui est lié à cette fuite par une rampe de pente q_f .

Question 9. Prévoir la performance de précision du modèle de l'asservissement, lorsque ce dernier est soumis à une consigne de hauteur d'eau en échelon d'amplitude h_{c0} et à une perturbation débit de fuite en rampe de pente q_f .