

**Exercice 1**

Simplifier  $\frac{e^{i\theta} - 1}{e^{i\theta} + 1}$  pour  $\theta \in ]-\pi, \pi[$ .

**Exercice 2**

1. Pour  $t \in ]-1, 1[$ , calculer  $\sum_{n=0}^{+\infty} nt^n$ .
2. En déduire l'espérance d'une variable aléatoire  $X \hookrightarrow \mathcal{G}(p)$ .

**Exercice 3**

On considère l'endomorphisme  $f$  canoniquement associé à la matrice  $M = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -\sqrt{2} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & -1 & -1 \\ -\sqrt{2} & -1 & -1 \end{pmatrix}$

1. Montrer que  $f$  est une isométrie.
2. Vérifier que la droite  $D$  dirigée par  $\vec{u}(0, 1, 1)$  est stable par  $f$ .
3. Montrer que la restriction de  $f$  au plan  $D^\perp$  est une rotation, dont on précisera l'angle.