

Exercice 1

a) Lorsque le moteur est à l'arrêt (position O correspondant à $z = 0$), il subit l'action de son poids et de la force de rappel du ressort de longueur ℓ_e .

La condition d'équilibre s'écrit :

$$-mg - k(\ell_e - \ell_0) = 0 \Rightarrow \ell_e = \ell_0 - \frac{mg}{k}.$$



Remarque

$\ell_e < \ell_0$ car le ressort travaille ici en compression.

Appliquons le principe fondamental de la dynamique (2^e loi de Newton) au moteur en fonctionnement, dans le référentiel galiléen d'axe Oz :

$$m\ddot{z} = -k(\ell_e - \ell_0) - mg - \alpha\dot{z} + kA\cos\omega t.$$

Étant donné que $\ell = z + \ell_e = z + \ell_0 - \frac{mg}{k}$ (Fig. 15) et $k = m\omega_0^2$ (pulsation propre ω_0), nous obtenons :

$$\ddot{z} + \frac{\alpha}{m}\dot{z} + \omega_0^2 z = \omega_0^2 A \cos\omega t, \quad \text{avec } \beta = \frac{\alpha}{\sqrt{mk}} = \frac{\alpha}{m\omega_0},$$

soit :
$$\ddot{z} + \beta\omega_0\dot{z} + \omega_0^2 z = \omega_0^2 A \cos\omega t.$$

b) Dans le cas du régime libre de l'oscillateur correspondant à $A = 0$

(c'est-à-dire $\vec{f} = \vec{0}$), $z_{(t)}$ varie comme $\exp\left(\frac{-\beta\omega_0 t}{2}\right)$, avec $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ (période propre T_0).

Par conséquent, la durée Δt du régime transitoire de cet oscillateur, pendant lequel coexistent le régime libre et le régime sinusoïdal est de l'ordre de :

$$\Delta t \approx \frac{T_0}{\beta}.$$



Remarque

Le paramètre d'amortissement β est sans dimension, d'après l'analyse dimensionnelle de l'équation du mouvement. On remarque que $\beta = \frac{1}{Q}$ (facteur de qualité Q).

c) En régime forcé, nous avons :

$$z_{(t)} = Z \cos(\omega t + \varphi).$$

En faisant intervenir la notation complexe, telle que $\underline{z} = Ze^{j\varphi}$ (amplitude complexe de l'élongation), l'équation du mouvement du point matériel devient :

$$(\omega_0^2 - \omega^2 + j\beta\omega_0\omega)\underline{z} = A\omega_0^2 \Rightarrow Ze^{j\varphi} = \frac{A}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j\frac{\beta\omega}{\omega_0}}.$$

L'égalité des modules nous donne :
$$Z = \frac{A}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{\beta^2\omega^2}{\omega_0^2}}}.$$

d) Sachant que $Z_{(0)} = A$ et $Z_{(\infty)} = 0$, on peut distinguer deux types de graphes de $Z_{(\omega)}$, selon les valeurs du paramètre β (Fig. 16).

On doit obtenir des vibrations telles que : $z(t) = Z \cos(\omega t + \varphi) < A, \forall t$, ce qui suppose $Z < A$ et donc l'absence de maximum pour la fonction $Z_{(\omega)}$ ou de minimum

pour la fonction $g_{(\omega)} = \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{\beta^2\omega^2}{\omega_0^2}$.

Par conséquent, la dérivée $\frac{dg}{d\omega}$ ne doit pas s'annuler (pour $\omega \neq 0$).

Étant donné que $\frac{dg}{d\omega} = \frac{4\omega}{\omega_0^2} \left(\frac{\omega^2}{\omega_0^2} + \frac{\beta^2}{2} - 1\right)$, le paramètre β doit vérifier l'inégalité :

$$\frac{\beta^2}{2} - 1 \geq 0, \quad \text{d'où : } \beta \geq \sqrt{2}.$$



Remarque

$$e^{-\frac{\beta\omega_0\Delta t}{2}} = e^{-\pi} \ll 1.$$

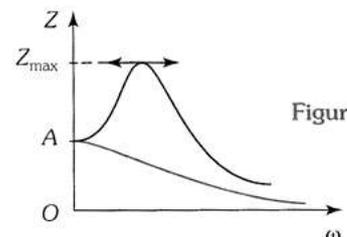


Figure 16



Remarque

Il faut éviter ici la résonance en élongation, de pulsation :

$$\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{\beta^2}{2}}.$$

Exercice 2

1. Le satellite, assimilé à un point matériel M (masse m), décrit une orbite *circulaire* de centre O , de rayon $r = R_T + h$ (altitude h), sous l'action de la force gravitationnelle terrestre $\vec{f} = -\frac{Gm_T m}{r^2} \vec{u}_r$.

Appliquons le *principe fondamental de la dynamique* au point M , dans le référentiel galiléen d'étude (référentiel *géocentrique*) :

$$m \vec{a} = -m \frac{v^2}{r} \vec{u}_r = \vec{f},$$

soit :
$$v = \sqrt{\frac{Gm_T}{R_T + h}} = 7,44 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}.$$

2.a) Le moment cinétique $\vec{L}_O = m \vec{r} \wedge \vec{v}$ est une *constante du mouvement* car la force \vec{f} est *centrale*, d'où : $\vec{r} \wedge \vec{v} = \vec{r}_0 \wedge \vec{v}_0$; la trajectoire du point M est située dans le *plan* défini par les vecteurs \vec{OM}_0 et \vec{v}_0 .

b) La force \vec{f} dérive de l'énergie potentielle $\mathcal{E}_p(r)$ telle que $d\mathcal{E}_p = -\vec{f} \cdot d\vec{OM} = \frac{Gm_T m}{r^2} dr$, soit :

$$\mathcal{E}_p(r) = -\frac{Gm_T m}{r} \quad (\text{en posant par convention } \mathcal{E}_p(\infty) = 0).$$

Sachant que $\vec{v} = \dot{r} \vec{u}_r + r \dot{\theta} \vec{u}_\theta$ et $C = r^2 \dot{\theta}$ (constante des aires), l'énergie mécanique a pour expression :

$$\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_c + \mathcal{E}_p = \frac{1}{2} m (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2) - \frac{Gm_T m}{r} \quad \text{ou} \quad \mathcal{E}_m = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + \mathcal{E}_{p_{\text{eff}}},$$

avec $\mathcal{E}_{p_{\text{eff}}} = \frac{mC^2}{2r^2} - \frac{Gm_T m}{r}$ (énergie potentielle effective).

c) L'énergie mécanique reste *constante* car la force \vec{f} est *conservative* (\vec{f} dérive de \mathcal{E}_p).

L'inégalité $\mathcal{E}_{p_{\text{eff}}}(r) \leq \mathcal{E}_m$ nous fournit le *domaine radial* du mouvement de M . L'examen de la figure 26 appelle les commentaires suivants :

- $\mathcal{E}_1 < \mathcal{E}_{p_{\text{eff}}(\text{min})}$: cas impossible ;
- $\mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_{p_{\text{eff}}(\text{min})}$: $r = r_m$, trajectoire *circulaire* de rayon r_m (état *lié*) ;
- $\mathcal{E}_{p_{\text{eff}}(\text{min})} < \mathcal{E}_3 < 0$: $r_1 \leq r \leq r_2$, trajectoire *elliptique* (état *lié*) ;
- $\mathcal{E}_4 = 0$: trajectoire *parabolique* ($v = 0$ pour $r \rightarrow \infty$ car $\mathcal{E}_{p(\infty)} = 0$ et $\mathcal{E}_{c(\infty)} = \mathcal{E}_4 = 0$), ce qui correspond à un état de *diffusion* ;
- $\mathcal{E}_5 > 0$: trajectoire *hyperbolique* ($v_\infty \neq 0$ car $\mathcal{E}_{c(\infty)} = \mathcal{E}_5$), soit un état de *diffusion*.

 **Remarque**

On peut aussi se servir du *théorème de la puissance cinétique* pour montrer que $\|\vec{v}\|$ reste constante :

$$\vec{v} = r \dot{\theta} \vec{u}_\theta = v \vec{u}_\theta,$$

$$\mathcal{P} = \vec{f} \cdot \vec{v} = 0$$

(puissance de la force \vec{f}),

$$\frac{d\mathcal{E}_c}{dt} = \mathcal{P} = 0 \Rightarrow v^2 = \text{cte.}$$

 **Remarque**

$$\vec{r} \wedge \vec{v} = r^2 \dot{\theta} \vec{u}_z$$

$$= C \vec{u}_z,$$

\vec{u}_z étant colinéaire à :

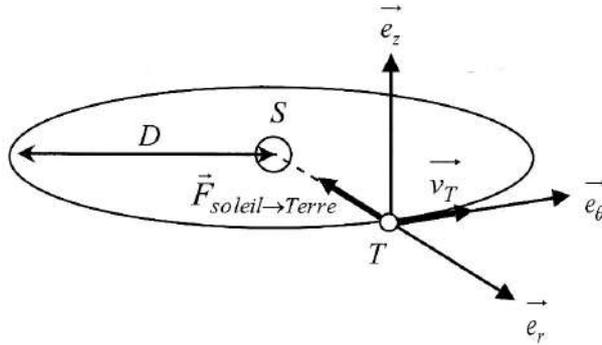
$$\vec{r}_0 \wedge \vec{v}_0 = \frac{\vec{L}_O}{m}.$$

Exercice 3

1) Dans le référentiel héliocentrique galiléen R_H , La Terre n'est soumise qu'à la force gravitationnelle exercée par le Soleil $\vec{F}_{\text{soleil} \rightarrow \text{Terre}} = -\frac{GM_S M_T}{ST^3} \vec{ST}$. Le théorème du moment cinétique appliqué à la Terre au point S dans R_H s'écrit :

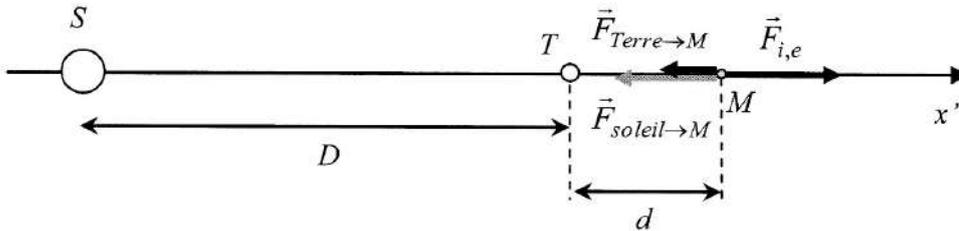
$$\frac{d\vec{L}_{S, \text{Terre}}}{dt} = \vec{M}_{S, \text{soleil} \rightarrow \text{Terre}} = \vec{ST} \wedge \vec{F}_{\text{soleil} \rightarrow \text{Terre}} = \vec{0} \quad \text{puisque } \vec{F}_{\text{soleil} \rightarrow \text{Terre}} \text{ est colinéaire à } \vec{ST}.$$

On en déduit que $\vec{L}_{S,Terre} = \vec{ST} \wedge M_T \vec{v}_T$ est un vecteur constant. Le mouvement de la Terre étant circulaire de rayon D , la vitesse est orthoradiale et s'écrit $\vec{v}_T = D\Omega \vec{e}_\theta$. Ainsi $\vec{L}_{S,Terre} = M_T D^2 \Omega \vec{e}_z$. Puisque D est constant, on en déduit que Ω l'est également.



La loi de la quantité de mouvement appliquée à la Terre dans le référentiel galiléen R_H s'écrit $M_T \frac{d\vec{v}_T}{dt} = \vec{F}_{soleil \rightarrow Terre} = -\frac{GM_S M_T}{D^2} \vec{e}_r$. Pour un mouvement circulaire uniforme de rayon D et de vitesse angulaire Ω , $\frac{d\vec{v}_T}{dt} = -D\Omega^2 \vec{e}_r$. On en tire $\Omega = \sqrt{\frac{GM_S}{D^3}}$.

2) On raisonne dans le référentiel R' . Par construction de R' , La Terre et le Soleil sont fixes dans ce référentiel. La figure ci-dessous représente les positions du Soleil, de la Terre et du point M sur l'axe Sx' .



Le référentiel R' étant non galiléen car en rotation (uniforme autour de l'axe fixe Sz') par rapport au référentiel galiléen R_H , le point M est soumis dans R' aux forces d'inertie, en plus des forces gravitationnelles exercées par le Soleil et la Terre. Si le point M est à l'équilibre dans R' , la force d'inertie de Coriolis est nulle, il ne reste que la force d'inertie axifuge et la loi de la quantité de mouvement appliquée au point M dans le référentiel R' s'écrit :

$$m \frac{d\vec{v}_M}{dt} = \vec{0} = \vec{F}_{soleil \rightarrow M} + \vec{F}_{Terre \rightarrow M} + \vec{F}_{i,e} \quad \text{relation (1)}$$

Le point coïncident à M , noté P , a un mouvement de rotation autour de S de rayon $D + d$ et de vitesse angulaire Ω dans R_H . On a donc $\vec{F}_{i,e} = -m\vec{a}_P = +m(D+d)\Omega^2 \vec{e}_x$. Le point M étant à une distance d de la Terre et $D + d$ du Soleil, la projection sur \vec{e}_x de la relation (1)

s'écrit donc $0 = -\frac{GM_S m}{(D+d)^2} - \frac{GM_T m}{d^2} + m(D+d)\Omega^2$. Puisque $d \ll D$, on peut écrire :

$$\frac{GM_S}{(D+d)^2} = \frac{GM_S}{D^2} \left(1 + \frac{d}{D}\right)^{-2} \approx \frac{GM_S}{D^2} \left(1 - 2\frac{d}{D}\right). \text{ D'où :}$$

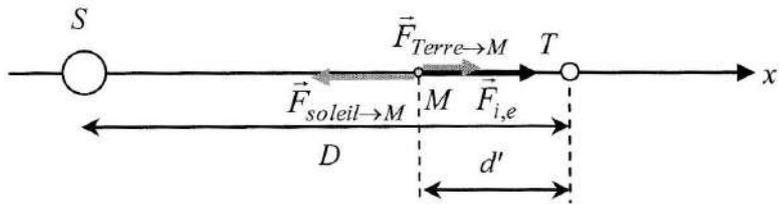
$-\frac{GM_S}{D^2} + 2\frac{GM_S d}{D^3} - \frac{GM_T}{d^2} + (D+d)\Omega^2 = 3\frac{GM_S d}{D^3} - \frac{GM_T}{d^2} = 0$ puisque $\Omega^2 = \frac{GM_S}{D^3}$. On montre bien que le point M est à l'équilibre dans R' s'il est situé à une distance

$$d = D \left(\frac{M_T}{3M_S} \right)^{\frac{1}{3}} \text{ de la Terre du côté opposé au Soleil.}$$

3) On trouve $d = 1,5$ millions de km.

4) Si le point M était légèrement plus éloigné de la Terre que le point L2, la force axifuge serait plus importante (rayon du point coïncident plus grand) et les deux forces gravitationnelles seraient plus faibles (éloignement des masses plus grand). Dans ce cas, la résultante des trois forces ne serait plus nulle et serait orientée selon $+\vec{e}_x$, ce qui aurait tendance à éloigner d'autant plus le point M du point L2. On en déduit que **le point L2 est instable selon l'axe Sx** .

5) On effectue le même raisonnement en plaçant cette fois-ci le point M entre la Terre et le Soleil, à une distance d' de la Terre.



A l'équilibre du point M dans R' , on a toujours $\vec{0} = \vec{F}_{\text{soleil} \rightarrow M} + \vec{F}_{\text{Terre} \rightarrow M} + \vec{F}_{i,e}$ dont la projection sur \vec{e}_x s'écrit maintenant $0 = -\frac{GM_S m}{(D-d')^2} + \frac{GM_T m}{d'^2} + m(D-d')\Omega^2$.

Avec :

$$\frac{GM_S}{(D-d')^2} = \frac{GM_S}{D^2} \left(1 - \frac{d'}{D}\right)^{-2} \approx \frac{GM_S}{D^2} \left(1 + 2\frac{d'}{D}\right), \text{ on obtient :}$$

$-\frac{GM_S}{D^2} - 2\frac{GM_S d'}{D^3} + \frac{GM_T}{d'^2} + (D-d')\Omega^2 = -3\frac{GM_S d'}{D^3} + \frac{GM_T}{d'^2} = 0$. Finalement, on constate que $d' = d$. Les deux points de Lagrange L1 et L2 sont situés à la même distance de la Terre. A noter que ce résultat n'est vrai que dans l'approximation $d \ll D$. Un calcul plus rigoureux montre que le point L1 est environ 10 000 km plus près de la Terre que ne l'est L2.

6) Avec les coordonnées cylindriques, la force axifuge s'écrit $\vec{F}_{i,e} = +m\Omega^2 r \vec{e}_r$, où r désigne la distance entre le point M et l'axe de rotation Sz' . Lors d'un déplacement infinitésimal \vec{dr} du point M , le travail de cette force s'écrit $\delta W_{i,e} = \vec{F}_{i,e} \cdot \vec{dr} = +m\Omega^2 r dr$, Ce travail peut se mettre sous la forme d'une différentielle totale exacte $\delta W_{i,e} = -dE_{p,ie}$ avec

une énergie potentielle dont dérive la force axifuge valant $E_{p,ie}(r) = -\frac{1}{2} m\Omega^2 r^2$ (en choisissant une énergie potentielle nulle sur l'axe Sz').

7) Nous savons que la force gravitationnelle subie par une masse m_1 de la part d'une masse m_2 est une force conservative dont l'énergie potentielle vaut $E_{p,grav} = -\frac{Gm_1 m_2}{R}$, où R désigne la distance entre les deux masses.

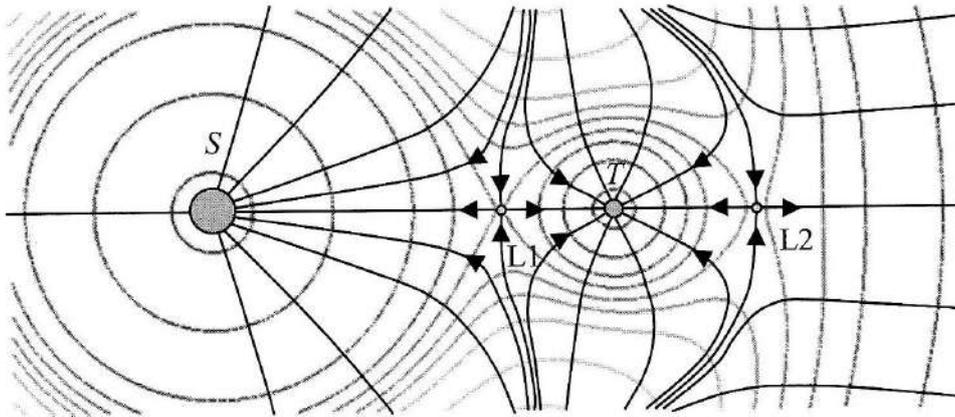
On en déduit l'expression de l'énergie potentielle totale du point M dans le référentiel R' :

$$E_{p,tot} = -\frac{GmM_S}{|\vec{SM}|} - \frac{GmM_T}{|\vec{ST}|} - \frac{1}{2}m\Omega^2 r^2, \text{ où } r \text{ désigne la distance entre } M \text{ et l'axe } Sz' \text{ (qui}$$

est égale à $|\vec{SM}|$ uniquement si le point M est dans le plan $Sx'y'$). Si l'on étudie le mouvement du point M dans le référentiel R' , il faut ajouter la force d'inertie de Coriolis $\vec{F}_{i,c} = -2m\vec{\Omega} \wedge \vec{v}_M$ dans le bilan des forces.

8) On repère facilement le Soleil et la Terre puisqu'autour d'eux, les lignes équipotentiels sont approximativement des cercles.

Les lignes de champ de forces ont été tracées de telle manière à ce qu'elles coupent orthogonalement les lignes équipotentiels. Elles sont orientées pour être convergentes vers le Soleil et la Terre. Les points $L1$ et $L2$ sont repérés sur l'axe Soleil-Terre aux endroits où les lignes de champ de forces changent de sens. On constate que dans la direction perpendiculaire à l'axe Soleil-Terre, les lignes de champ convergent vers $L1$ et $L2$: cela signifie que ces points sont stables selon cette direction.



Exercice 4

1. Le référentiel du véhicule est galiléen car il est en translation rectiligne uniforme dans le référentiel lié à la route (le référentiel terrestre) supposé galiléen. On peut donc appliquer la loi du moment cinétique à l'ensemble {roues + essieu avant} par rapport à un axe passant par l'essieu. Les moments des actions mécaniques extérieures sur cet ensemble sont les mêmes que dans l'exercice 1.11 (roues non motrices, comme pour la remorque). Par un raisonnement analogue on obtient $T_2 = 0$.

2. Dans le référentiel de la route (galiléen), le véhicule entier (système d'étude) est soumis aux forces extérieures $\vec{N}_1, \vec{N}_2, \vec{T}_1, \vec{P} = m\vec{g}$ (son poids) et \vec{F}_{fluide} . Il est inutile de lister les actions mécaniques intérieures au système car elles n'interviennent pas dans la loi de la quantité de mouvement, qui s'écrit

$$\vec{N}_1 + \vec{T}_1 + \vec{N}_2 + \vec{F}_{fluide} + \vec{P} = m\vec{a} = \vec{0}$$

puisque le véhicule se déplace à la vitesse \vec{v}_0 constante. Une projection sur l'axe Ox permet d'écrire

$$T_1 = \lambda v_0^2 + mg \sin \alpha. \quad (1.12.1)$$

De même en projetant sur l'axe Oy ,

$$N_1 + N_2 - mg \cos \alpha = 0. \quad (1.12.2)$$

La force motrice du mouvement est la réaction tangentielle \vec{T}_1 de la route sur la roue arrière. Si le coefficient de frottement entre les roues motrices et la route s'annule (sur de la glace par exemple), cette réaction s'annule et le véhicule ne peut plus gravir la pente.

3. Dans le référentiel galiléen de la voiture, les roues arrière sont soumises à :

- ▶ la réaction normale \vec{N}_1 et leur poids dont le moment par rapport à l'axe de l'essieu est nul (voir question 3 de l'exercice 1.11) ;
- ▶ la réaction tangentielle dont le moment est $\mathcal{M}_{\text{essieu}}(\vec{T}_1) = +RT_1$ (voir question 3 de l'exercice 1.11) ;
- ▶ le couple du moteur caractérisé par le moment $\mathcal{M}_{\text{essieu}}(\text{moteur}) = \Gamma$.

La loi du moment cinétique par rapport à l'axe de l'essieu s'écrit $RT_1 + \Gamma = \frac{dL_{\text{essieu}}}{dt} = 0$ (la roue tourne à vitesse constante), soit

$$T_1 = -\frac{\Gamma}{R}. \quad (1.12.3)$$

Le moteur entraîne les roues arrière dans le sens indirect donc Γ est négatif. D'après la relation (1.12.3), $T_1 > 0$ et \vec{T}_1 est orienté selon $+\vec{u}_x$.

4. En combinant les équations (1.12.1) et (1.12.3) on obtient rapidement

$$\Gamma = -R(\lambda v_0^2 + mg \sin \alpha).$$

On constate que la valeur absolue du couple délivré par le moteur augmente si v_0 , m , λ ou α augmentent, ce qui est attendu intuitivement. La puissance s'obtient directement avec $\mathcal{P} = \Gamma \omega_0$ où ω_0 est la vitesse angulaire de rotation des roues, soit encore

$$\mathcal{P} = -R\omega_0(\lambda v_0^2 + mg \sin \alpha) \quad (\mathcal{P} \text{ est positif car } \omega_0 \text{ est négatif}).$$

5. Les forces \vec{N}_1 et \vec{N}_2 s'appliquent en des points de la voiture dont la vitesse est nulle dans le référentiel terrestre (roulement sans glissement). Leurs puissances respectives $\mathcal{P}(\vec{N}_1) = \vec{N}_1 \cdot \vec{v}(I_1/\mathcal{R})$ et $\mathcal{P}(\vec{N}_2) = \vec{N}_2 \cdot \vec{v}(I_2/\mathcal{R})$ sont donc nulles. Par intégration temporelle, leurs travaux sur le déplacement proposé est nul aussi. Pour la même raison, la réaction tangentielle \vec{T}_1 de la route sur les roues arrière fournit aussi un travail nul. Le travail du poids se calcule par la relation $\mathcal{W}(\vec{P}) = m\vec{g} \cdot \ell \vec{u}_x = -mg\Delta h$, où Δh est l'augmentation de l'altitude de G , soit $\mathcal{W}(\vec{P}) = -mg\ell \sin \alpha$. Le travail de la force de frottement fluide, constante, colinéaire et de sens opposé au déplacement s'écrit $\mathcal{W}(\vec{F}_{\text{fluide}}) = \vec{F}_{\text{fluide}} \cdot \ell \vec{u}_x = -\lambda v_0^2 \ell$. Le travail total des forces extérieures à la voiture est alors $\mathcal{W}_{\text{ext}} = -(mg \sin \alpha + \lambda v_0^2) \ell$. Ce travail est négatif et c'est l'énergie fournie par le moteur du véhicule qui permet de maintenir une vitesse constante. En effet, le théorème de l'énergie cinétique appliqué à la voiture pour le déplacement envisagé s'écrit $\Delta \mathcal{E}_c = 0 = \mathcal{W}_{\text{int}} + \mathcal{W}_{\text{ext}}$, donc $\mathcal{W}_{\text{int}} = -\mathcal{W}_{\text{ext}}$. Le travail des actions intérieures à la voiture (celles du moteur), s'identifie à $\mathcal{W}_{\text{int}} > 0$.

6.a. Les droites supports des forces \vec{P} et \vec{F}_{fluide} passent par G : leur moment par rapport à l'axe Gz est donc nul. Les moments des forces de contact avec la route se calculent directement avec le bras de levier correspondant. Le moment cinétique de la voiture dans le référentiel lié à son châssis étant constant, on peut déduire de la loi du moment cinétique la relation

$$bT_1 - \frac{a}{2}N_1 + \frac{a}{2}N_2 = 0. \quad (1.12.4)$$

6.b. La relation (1.12.1) permet d'éliminer T_1 dans la relation (1.12.4) qui devient alors

$b(\lambda v_0^2 + mg \sin \alpha) - \frac{a}{2}N_1 + \frac{a}{2}N_2 = 0$. En utilisant la relation (1.12.2) et en résolvant le système de deux équations à deux inconnues (N_1, N_2) on obtient finalement

$$N_1 = \frac{mg \cos \alpha}{2} + \frac{b}{a}(\lambda v_0^2 + mg \sin \alpha) \quad \text{et} \quad N_2 = \frac{mg \cos \alpha}{2} - \frac{b}{a}(\lambda v_0^2 + mg \sin \alpha).$$

La réaction normale du sol est plus importante sur les roues arrière. Tout se passe comme si l'arrière de la voiture pesait plus lourd que l'avant (ce qui n'est pas le cas, car G a été supposé au milieu de la voiture). Dans le langage courant, on parle de « transfert de masse » sur les roues arrière.

6.c. On remarque que N_2 peut s'annuler si v_0 ou encore α deviennent grands : dans ce cas, la roue avant perd le contact avec le sol et se soulève. Ce phénomène est cependant rarement observé sur un véhicule réel dans des conditions usuelles!

Le roulement sans glissement considéré dans tout l'exercice est possible si $T_1 < fN_1$ et $T_2 < fN_2$ où f est le coefficient de frottement solide du contact roues-sol (loi de Coulomb). Il y a donc risque de glissement dans les conditions favorisant des valeurs élevées de T_1 ou T_2 . Dans le cas des roues motrices situées à l'arrière, seule T_1 augmente lorsque v_0 ou α sont grands. Les roues arrière peuvent alors éventuellement glisser, mais c'est une situation rare car de grandes valeurs de v_0 et α favorisent aussi une valeur importante de N_1 . En revanche, dans le cas où les roues motrices sont situées à l'avant du véhicule les valeurs de T_1 et T_2 sont inversées (T_1 devient nulle) mais les expressions donnant N_1 et N_2 restent inchangées. On remarque que N_2 diminue lorsque v_0 ou α augmentent, tandis que T_2 augmente : la condition provoquant le glissement est plus facilement atteinte.

7. On obtient numériquement $N_1 = 7,3 \cdot 10^3 \text{ N}$, $N_2 = 6,2 \cdot 10^3 \text{ N}$, $T_1 = 2,7 \cdot 10^3 \text{ N}$, $|\Gamma| = 0,85 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}$ et $\mathcal{P} = 83 \text{ kW} = 112 \text{ CV}$ (c'est une puissance conséquente!). En reprenant les éléments de la question 2, on constate qu'un coefficient de frottement solide plus faible que $\frac{T_1}{N_1} = 0,38$ entraîne le glissement des roues arrière. Cette valeur limite de f monte à $\frac{T_2}{N_2} = 0,44$ dans le cas d'un véhicule à traction avant.