

**Exercice 1 : (\*) La loupe**

Un observateur emmétrope, c'est-à-dire ayant un œil normal, peut voir distinctement de l'infini à une distance minimale  $d_m$ . On dit que l'observateur accommode si l'objet qu'il observe n'est pas à l'infini. Cet observateur regarde à l'œil nu un tout petit objet plan que l'on assimilera à un segment  $AB$  de longueur  $\ell$ , perpendiculaire à l'axe optique.

1. Déterminer  $\alpha_m$ , angle maximal sous lequel l'objet peut être vu.
2. L'observateur regarde  $AB$  à travers une lentille mince convergente de distance focale  $f'$  et de centre  $O$  (loupe). Son œil est situé à une distance  $a$  de la loupe ( $a < d_m$ ).
  - (a) Déterminer les positions de l'objet rendant possible l'observation d'une image nette par l'observateur emmétrope. Faire une construction géométrique de l'image. L'image est-elle droite ou renversée ?
  - (b) Pour quelle position de l'objet l'observation se fait-elle sans accommodation ? Exprimer l'angle  $\alpha$  sous lequel l'œil voit l'image. Application numérique : que vaut le grossissement commercial de la loupe  $G = \alpha/\alpha_m$  ? On donne  $d_m = 0,25$  m et  $f' = 50$  mm.

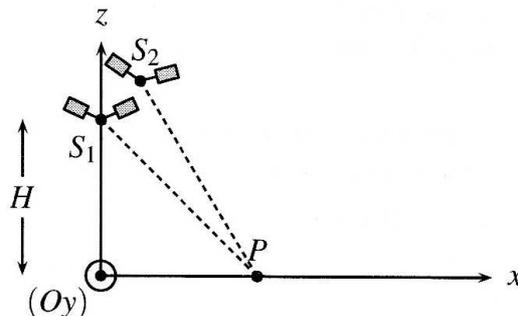
**Exercice 2 : Largeur naturelle et largeur Doppler**

Dans cet exercice on étudie l'influence de l'effet Doppler sur la largeur spectrale d'une raie.

1. Quelle est la fréquence centrale  $\nu_0$  d'une raie correspondant à la longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0 = 0,5 \mu\text{m}$  ? Quelle est sa couleur ? La longueur de cohérence d'une telle raie de lampe spectrale liée à la seule largeur naturelle serait de  $L_c \approx 3\text{m}$ . Expliquer cette notion et en déduire la durée  $\tau_0$  des trains d'onde émis ainsi que la largeur spectrale naturelle  $\Delta\nu$  de la raie à l'aide de la relation  $\tau_0 \cdot \Delta\nu \approx 1$ . Quel est son facteur de qualité (défini par le rapport  $\nu_0/\Delta\nu$ ) ? Quelle est la largeur spectrale naturelle en  $\Delta\lambda$  de la raie ?
2. En réalité, en raison de l'agitation thermique des molécules émettrices, la fréquence perçue est  $\nu = \nu_0 (1 \pm \frac{v}{c})$  où  $v$  est leur vitesse radiale et le signe  $\pm$  lié au sens de leur mouvement vis-à-vis de l'observateur (c'est l'effet Doppler). Quelle est la largeur Doppler  $\Delta\nu'$  de la raie si on assimile la vitesse  $v$  à la vitesse quadratique moyenne lorsque la température est  $T = 320$  K pour un gaz de masse molaire  $M = 44 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$  ( $\text{CO}_2$ ) ? Quels sont alors le temps  $\tau'$  ainsi que la longueur de cohérence  $L'_c$  réelle ? Quelle est la largeur spectrale Doppler  $\Delta\lambda'$  de la raie ?

**Exercice 3 : Principe de l'interférométrie radar à synthèse d'ouverture**

L'observation de la Terre et de sa topographie peut être réalisée grâce à des techniques interférométriques. Un satellite survole la même région de la Terre à deux instants différents. À l'instant  $t_1$ , le satellite occupe la position  $S_1$  (voir figure ci-dessous). Il émet alors des ondes électromagnétiques, de longueur d'onde  $\lambda_0$ , vers un point  $P$  de la surface terrestre, où ces ondes sont réfléchies. Le satellite enregistre la durée de l'aller-retour entre  $S_1$  et  $P$ , proportionnelle au double du chemin optique ( $S_1P$ ). La même mesure est effectuée à l'instant  $t_2 > t_1$  où le satellite occupe la position  $S_2$ .

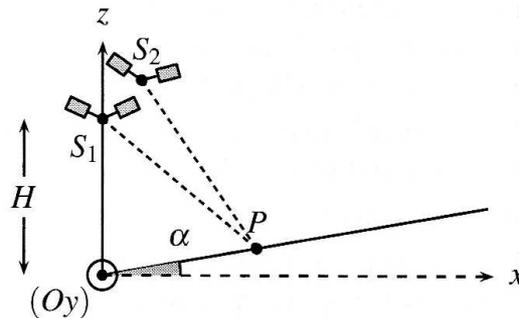


Le point  $P$  a une altitude de référence, choisie nulle par convention, et se trouve sur l'axe  $(Ox)$ . On pose  $\vec{S_1 S_2} = a\vec{u}_x + b\vec{u}_y + d\vec{u}_z$ . On se place dans des conditions telles que  $\|\vec{S_1 S_2}\| \ll \|\vec{S_1 P}\|$ . On pose  $R = \|\vec{S_1 P}\|$ . On note  $n$  l'indice de l'air.

1. Montrer que la différence de marche entre les deux signaux réfléchis en  $P$  et reçus par le satellite aux instants  $t_1$  et  $t_2$  s'écrit (au signe près) :

$$\delta \simeq \frac{2n}{R} \vec{S_1 S_2} \cdot \vec{S_1 P}.$$

2. À partir des signaux reçus, on réalise une figure d'interférences à deux ondes dont l'éclairement est donné par la formule de Fresnel. Exprimer cet éclairement. Quelle est la forme géométrique des franges observées ? Exprimer l'interfrange  $i$  en fonction de  $n$ ,  $a$ ,  $\lambda_0$  et  $R$ . Application numérique : calculer l'interfrange pour  $\lambda_0 = 28,0$  mm,  $n = 1,00$ ,  $R = 832$  km et  $a = 250$  m.
3. Cette technique est utilisée pour mesurer la topographie du sol. Considérons la situation où le sol est incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport à un plan horizontal de référence (voir figure ci-dessous). Par souci de simplicité, on suppose que  $\alpha \ll 1$ .
  - (a) Exprimer la différence de marche définie comme précédemment.
  - (b) Montrer que la variation relative de l'interfrange par rapport au sol plan permet d'accéder à l'angle  $\alpha$ .



#### Exercice 4 : Mesure d'une longueur d'onde

Un interféromètre de Michelson est réglé pour donner des anneaux ; il est éclairé avec une lampe à vapeur de mercure et un filtre pour ne sélectionner que la raie verte. Le miroir  $M_1$  est mobile et la vitesse de son chariot est  $v = 0,80$  mm.s<sup>-1</sup> (ce qui est très rapide à l'échelle de la longueur d'onde) ; dans sa position initiale ( $t = 0$ ,  $x = 0$ ), l'ordre d'interférence au foyer image  $F'_2$  de la lentille  $L_2$  est nul.

1. Qu'observe-t-on en  $F'_2$  ? Y donner, lorsque le miroir  $M_1$  a été translaté de  $x(t)$ , l'expression de l'intensité vibratoire  $I(t)$  en fonction du temps.
2. La période  $T_0$  du signal (à exprimer en fonction de  $\lambda$  et  $v$ ) vaut  $T_0 = 0,341$  ms. Est-ce observable ? Est-ce mesurable ? En déduire la valeur de  $\lambda$ .

#### Exercice 5 : (\*) Diffraction d'une onde lumineuse par un réseau acoustique

Une onde lumineuse plane (de longueur d'onde  $\lambda_0 = 0,55$   $\mu\text{m}$  dans le vide) arrive sous incidence nulle sur une fine cuve à eau, siège dans la direction perpendiculaire d'une onde ultrasonore stationnaire de fréquence  $f_a = 6,8$  MHz. Les variations infimes de masse volumique de l'eau dues à l'onde acoustique se traduisent par des variations semblables de son indice de réfraction autour de  $n = 1,33$ . Dans ces conditions, la variation sinusoïdale de l'indice a un effet analogue à celui d'un réseau de phase.

Sur l'écran placé dans le plan focal image d'une lentille convergente de distance focale  $f' = 60$  cm, la distance des maxima voisins est  $\Delta x = 1,2$  mm. En déduire la célérité  $c_a$  des ondes ultrasonores dans l'eau.