

Pression cinétique, modèle du choc élastique

1. Les gouttes arrivant sur la vitre de surface $S=2\text{m}^2$ sont contenues dans le volume V de base S et de génératrice de longueur $\Delta \vec{L} = \vec{v} \Delta t$ correspondant à la distance parcourue pendant Δt . (voir schéma ci-contre)

D'où $V = S \times h = S \times v \times \sin \alpha \times \Delta t$.

Le nombre de gouttes arrivant est $N_s = V \times D = S \times v \times \sin \alpha \times \Delta t \times D$.

AN : $N_s = \frac{2 \times 2 \times 1}{2} \times 800 = 1600 \text{ gouttes/seconde}$

2. On calcule la contribution à la force exercée par une goutte entrant en collision avec S pendant l'intervalle de temps Δt . On sait que cette force à l'origine de la pression est orthogonale à la surface.

On muni l'espace d'un repère $R(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y)$. On suppose le choc en O . Le choc étant élastique le module de la vitesse est conservé.

Avant le choc la vitesse de la goutte est : $\vec{v} = v \sin \alpha \vec{u}_x - v \cos \alpha \vec{u}_y$ (voir schéma ci-contre)

Après le choc sa vitesse de la goutte est : $\vec{v}' = -v \sin \alpha' \vec{u}_x - v \cos \alpha' \vec{u}_y$

On applique la 2^{ème} loi de Newton à la goutte sur l'intervalle de temps Δt . Pendant cet intervalle de temps, elle subit la force $\vec{F}_{\text{vitre} \rightarrow \text{goutte}} = -\vec{F}_{\text{goutte} \rightarrow \text{vitre}} = -F_{\text{goutte} \rightarrow \text{vitre}} \vec{u}_x$ orthogonale à la surface S

d'où $m \frac{(\vec{v}' - \vec{v})}{\Delta t} = \vec{F}_{\text{vitre} \rightarrow \text{goutte}} = -F_{\text{goutte} \rightarrow \text{vitre}} \vec{u}_x$

d'où par projection sur les axes :

$$m \frac{(-v \sin \alpha' - v \sin \alpha)}{\Delta t} = -F_{\text{goutte} \rightarrow \text{vitre}} \quad (1)$$

$$m \frac{(-v \cos \alpha' - -v \cos \alpha)}{\Delta t} = 0 \quad (2)$$

De la relation (2) on tire : $\alpha = \alpha'$

Puis de la relation (1) : $F_{\text{goutte} \rightarrow \text{vitre}} = \frac{2 m v \sin \alpha}{\Delta t}$

En tenant compte de la contribution de toutes les gouttes sur l'intervalle de temps Δt :

$$F_{\text{tot}} = N_s \times F_{\text{goutte} \rightarrow \text{vitre}} = S v \sin \alpha D \Delta t \times \frac{2 m v \sin \alpha}{\Delta t} = 2 m S v^2 \sin^2 \alpha D$$

La pression est la force exercée par unité de surface : $P_{\text{gouttes}} = \frac{F_{\text{tot}}}{S} = 2 m v^2 \sin^2 \alpha D$.

AN : $P_{\text{gouttes}} = 2 \times 0,1 \cdot 10^{-3} \times 2^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times 800 = 0,16 \text{ Pa}$.

La pression atmosphérique étant de l'ordre de 10^5 Pa cette contribution est négligeable.

