5. Chauffage d'un gaz

1) Le gaz contenu dans le compartiment 1 subit un chauffage lent **(attention sa transformation n'est pas adiabatique !)**

État initial 1		État final 1
P_0		$P_{F1} = 2P_0$
T_0	$\longrightarrow$	T_{F1}
V_0		V_{F1}

Le gaz contenu dans le compartiment 2 subit une transformation adiabatique lente , que l'on met supposée mécaniquement réversible.

État initial 2		État final 2
P_0		$P_{F1} = 2P_0$
T_0	$\longrightarrow$	T_{F2}
V_0		V_{F2}

On applique la loi de Laplace au gaz dans le compartiment 2 en utilisant les paramètres adaptés cad T et P :

$\boxed{T_0 P_0^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_{F2}(2P_0)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}$ d'où $\boxed{T_{F2} = T_0\left(\frac{P_0}{2P_0}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_0\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_0(2)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$. AN : $\boxed{T_{F2} = 353\,K}$

On utilise ensuite l'équation d'état dans l'état final au compartiment 2 pour déterminer V_{F2} : $\boxed{V_{F2} = \frac{RT_{F2}}{2P_0}}$.

AN : $\boxed{V_{F2} = 14{,}7\,L}$.

On utilise la conservation du volume pour déterminer V_{F1}. $2V_0 = V_{F1} + V_{F2}$ Soit $V_{F1} = 2V_0 - V_{F2}$. On exprime V_0 grâce à l'équation d'état dans l'état initial d'un des deux compartiments si bient que : $\boxed{V_{F1} = \frac{2RT_0}{P_0} - V_{F2}}$. AN : $\boxed{V_{F1} = 33{,}5\,L}$.

Pour déterminer T_{F1}, on applique l'équation d'état au conpartiment 1 dans l'état final : $\boxed{T_{F1} = \frac{2P_0 V_{F1}}{R}}$. AN : $\boxed{T_{F1} = 806\,K}$.

2) On applique le 1er principe au système constitué par les deux gaz : $\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_1 = W + Q$. Le volume du système est constant donc W=0.

$Q = Q_1 + Q_2$, $Q_2 = 0$ car le gaz dans le compartiment 2 subit une transformation adiabatique. Q_1 est le transfert thermique cherché.

Les deux gaz sont parfaits donc : $\Delta U_1 = C_{Vm}(T_{F1} - T_0)$ et $\Delta U_2 = C_{Vm}(T_{F2} - T_0)$

Or on sait que $\gamma = \frac{C_{Pm}}{C_{Vm}}$ (1) et $C_{Pm} - C_{Vm} = R$ (2).

De (1) on tire $C_{Pm} = \gamma C_{Vm}$. En remplaçant dans (2) on obtient : $\gamma C_{Vm} - C_{Vm} = R$ d'où : $C_{Vm} = \frac{R}{(\gamma-1)}$

Finalement : $\boxed{\Delta U = Q_1 = \frac{R}{(\gamma-1)}(T_{F1} - T_0) + \frac{R}{(\gamma-1)}(T_{F2} - T_0) = 12{,}1\,kJ}$.

Le travail W reçu par l'ensemble des deux gaz est nul, or $W = W_1 + W_2$. On en déduit que $\boxed{W_1 = -W_2}$. Il suffit de calculer l'un des deux travaux pour connaître l'autre.

Le plus simple est de calculer W_2 en appliquant le premier principe au gaz 2 : $\Delta U_2 = W_2 + Q_2 = W_2$ d'où

$\boxed{W_2 = \frac{R}{(\gamma-1)}(T_{F2} - T_0) = 1{,}32\,kJ}$.