

2. Chauffage à l'aide d'une résistance-fuites thermiques

On applique le 1er principe au diazote pour une transformation isobare:

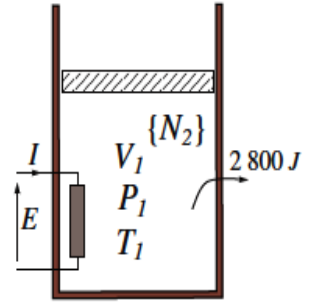
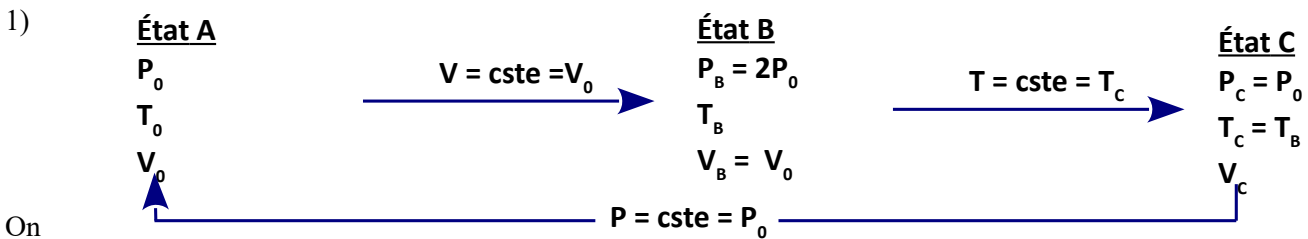
$$\Delta H = Q = m c_p \Delta T \quad (1) \text{ avec } Q = Q_{\text{chauffage}} + Q_{\text{fuites}}.$$

$$Q_{\text{chauffage}} = U I \tau; \quad Q_{\text{fuites}} = -2800 \text{ J}. \text{ De plus } P_1 V_1 = \frac{m}{M} R T_1 \text{ d'où } m = \frac{P_1 V_1 M}{R T_1}$$

D'après (1) on en déduit : $\frac{P_1 V_1 M}{R T_1} c_p (\theta_2 - \theta_1) = U I \tau - 2800$ d'où

$$\theta_2 = \frac{R T_1}{P_1 V_1 M c_p} (U I \tau - 2800) + \theta_1$$

AN : $\theta_2 = \frac{8,314 \times 300,15}{400 \cdot 10^3 \times 0,5 \times 28 \cdot 10^{-3} \times 1039} (120 \times 2 \times 5 \times 60 - 2800) + 27 = 56,7 \approx 57^\circ \text{C}$

**3. Cycle de Lenoir**

l'équation d'état en A : $P_0 V_0 = R T_0$ puis en B : $2 P_0 V_0 = R T_B$ on en déduit que $T_B = 2 T_0$.

On applique l'équation d'état en C : $P_0 V_C = 2 R T_0$ on en déduit $V_C = 2 V_0$.

2) **Ci-contre**

3) **Transformation AB :**

La transformation est isochore réversible donc : $W_{AB} = 0$

et $Q_{AB} = \Delta U_{AB} = C_{vm} \Delta T = \frac{R}{\gamma - 1} (T_B - T_C)$ d'où : $Q_{AB} = \Delta U_{AB} = \frac{R T_0}{\gamma - 1}$

$$\Delta H_{AB} = \gamma \Delta U_{AB} = \frac{\gamma R T_0}{\gamma - 1}$$

Transformation BC :

La transformation est isotherme réversible donc : $\delta W_{BC} = -P_{\text{ext}} dV = -P dV = \frac{-R T_0}{V} dV$ d'où

$$W_{BC} = -2 R T_0 \int_{V_B}^{V_C} \frac{dV}{V} \text{ d'où : } W_{BC} = -2 R T_0 \ln 2$$

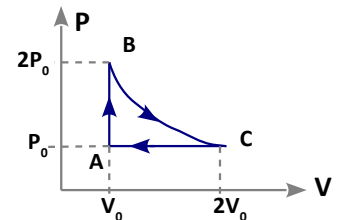
De plus, $\Delta U = C_{vm} \Delta T = 0 = W_{BC} + Q_{BC}$ donc $Q_{BC} = -W_{BC} = 2 R T_0 \ln 2$ $\Delta H = C_{pm} \Delta T = 0$

Transformation CA :

La transformation est isobare donc $Q_{CA} = \Delta H_{CA} = C_{pm} \Delta T = \frac{R \gamma}{\gamma - 1} (T_A - T_C)$ d'où $Q_{CA} = \Delta H_{CA} = \frac{-R \gamma T_0}{\gamma - 1}$

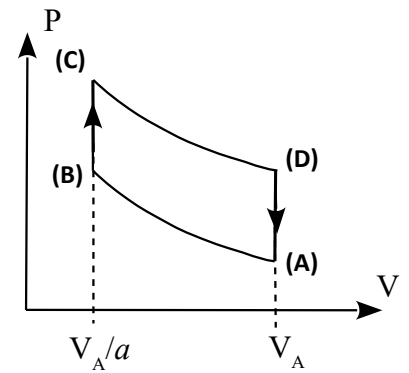
$\delta W_{CA} = -P_{\text{ext}} dV = -P_0 dV$ donc $W_{CA} = -P_0 (V_A - V_C) = P_0 V_0$ donc $W_{AB} = R T_0$

$$\Delta U_{CA} = \frac{\Delta H_{CA}}{\gamma} = \frac{-R T_0}{\gamma - 1}$$



4. Cycle Beau de Rochas

1. Loi de Laplace : quand un gaz parfait subit une transformation adiabatique réversible : $PV^\gamma = cst$.



3.

	W	Q
AB	$W_{AB} = \Delta U_{AB} = \frac{nR}{\gamma-1} (T_B - T_A)$	0 car adiabatique
BC	0 car isochore	$Q_{BC} = \Delta U_{BC} = \frac{nR}{\gamma-1} (T_C - T_B)$
CD	$W_{CD} = \Delta U_{CD} = \frac{nR}{\gamma-1} (T_D - T_C)$	0 car adiabatique
DA	0 car isochore	$Q_{DA} = \Delta U_{DA} = \frac{nR}{\gamma-1} (T_A - T_D)$

4. La transformation AB est adiabatique réversible on peut appliquer la loi de Laplace relative au variables T et V :

$$TV^{\gamma-1} = cste = T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1} \text{ d'où : } T_B = T_A \left(\frac{V_A}{V_B} \right)^{\gamma-1} = T_A (a)^{\gamma-1}.$$

Le raisonnement est le même qu'à la question précédente : $T_C = T_D (a)^{\gamma-1}$.

5. D'après le 1er principe : $\Delta U_{cycle} = W_{cycle} + Q_{cycle}$ or U est une fonction d'état donc $\Delta U_{cycle} = 0$ d'où :

$$\eta = \frac{|W_{cycle}|}{Q_{BC}} = \frac{-W_{cycle}}{Q_{BC}} = \frac{Q_{cycle}}{Q_{BC}} = \frac{Q_{BC} + Q_{DA}}{Q_{BC}} \text{ d'où : } \eta = 1 + \frac{Q_{DA}}{Q_{BC}}. \text{ D'où } \eta = 1 + \frac{T_A - T_D}{T_C - T_B} \text{ en remplaçant } T_C \text{ et } T_B, \text{ on}$$

obtient : $\eta = 1 - a^{1-\gamma}$.

5. Chauffage d'un gaz

1) Le gaz contenu dans le compartiment 1 subit un chauffage lent (attention sa transformation n'est pas adiabatique !)



Le gaz contenu dans le compartiment 2 subit une transformation adiabatique lente, que l'on met supposée mécaniquement réversible.



On applique la loi de Laplace au gaz dans le compartiment 2 en utilisant les paramètres adaptés cad T et P :

$$T_0 P_0^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_{F2} (2P_0)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \text{ d'où } T_{F2} = T_0 \left(\frac{P_0}{2P_0} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_0 (2)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}. \text{ AN : } T_{F2} = 353 \text{ K}$$

On utilise ensuite l'équation d'état dans l'état final au compartiment 2 pour déterminer V_{F2} : $V_{F2} = \frac{RT_{F2}}{2P_0}$.

AN : $V_{F2} = 14,7 \text{ L}$.

On utilise la conservation du volume pour déterminer V_{F1} . $2V_0 = V_{F1} + V_{F2}$ Soit $V_{F1} = 2V_0 - V_{F2}$. On exprime V_0 grâce à l'équation d'état dans l'état initial d'un des deux compartiments si bien que :

$$V_{F1} = \frac{2RT_0}{P_0} - V_{F2}. \text{ AN : } V_{F1} = 33,5 \text{ L}.$$

Pour déterminer T_{F1} , on applique l'équation d'état au compartiment 1 dans l'état final : $T_{F1} = \frac{2P_0 V_{F1}}{R}$.

AN : $T_{F1} = 806 \text{ K}$.

2) On applique le 1er principe au système constitué par les deux gaz : $\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 = W + Q$. Le volume du système est constant donc $W=0$.

$Q = Q_1 + Q_2$, $Q_2 = 0$ car le gaz dans le compartiment 2 subit une transformation adiabatique. Q_1 est le transfert thermique cherché.

Les deux gaz sont parfaits donc : $\Delta U_1 = C_{Vm}(T_{F1} - T_0)$ et $\Delta U_2 = C_{Vm}(T_{F2} - T_0)$

Or on sait que $\gamma = \frac{C_{Pm}}{C_{Vm}}$ (1) et $C_{Pm} - C_{Vm} = R$ (2).

De (1) on tire $C_{Pm} = \gamma C_{Vm}$. En remplaçant dans (2) on obtient : $\gamma C_{Vm} - C_{Vm} = R$ d'où : $C_{Vm} = \frac{R}{(\gamma-1)}$

Finalement : $\Delta U = Q_1 = \frac{R}{(\gamma-1)}(T_{F1} - T_0) + \frac{R}{(\gamma-1)}(T_{F2} - T_0) = 12,1 \text{ kJ}$.

Le travail W reçu par l'ensemble des deux gaz est nul, or $W = W_1 + W_2$. On en déduit que $W_1 = -W_2$. Il suffit de calculer l'un des deux travaux pour connaître l'autre.

Le plus simple est de calculer W_2 en appliquant le premier principe au gaz 2 : $\Delta U_2 = W_2 + Q_2 = W_2$ d'où

$$W_2 = \frac{R}{(\gamma-1)}(T_{F2} - T_0) = 1,32 \text{ kJ}$$