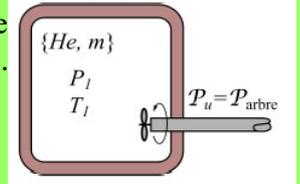


1. Utilisation d'un agitateur

Un réservoir rigide et adiabatique (calorifugé) contient $m=1\text{kg}$ d'hélium à la température $T_1=300,0\text{K}$ et à la pression $P_1=300,0\text{ kPa}$. L'hélium est brassé à l'aide d'un agitateur de puissance utile $P=15\text{W}$. On le fait fonctionner pendant $\tau=30\text{min}$. Déterminer la température finale T_2 et la pression finale P_2 de l'hélium.

Données: chaleur massique à volume constant de l'hélium: $c_v=3,1156\text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

Rép : $T_2=308,7\text{K}$; $P_2=308,7\text{ kPa}$



Solution

Dans cet exercice intervient un travail autre que le travail des forces de pression.

Le gaz subit :

- une transformation adiabatique d'où $Q=0$
- à volume constant donc le travail des forces de pression $W_p=0$

D'après le premier principe (sans variation d'énergie cinétique : $\Delta U = W_p + W_{\text{autre}} + Q = W_{\text{autre}}$.

Le système est un gaz parfait donc $\Delta U = m c_v (T_2 - T_1)$

$W_{\text{autre}} = P \tau$ d'où d'après le 1er principe : $m c_v (T_2 - T_1) = P \tau$

$$T_2 = T_1 + \frac{P \tau}{m c_v} = 308,7 \text{ K} ;$$

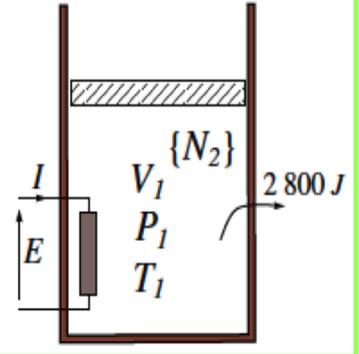
Pour déterminer la pression finale, on exprime l'équation d'état à l'état initial et à l'état final soit :

$P_1 V = n R T_1$ et $P_2 V = n R T_2$ d'où en faisant le rapport des deux expressions :

$$P_2 = \frac{T_2}{T_1} P_1 = 308,7 \text{ KPa}$$

2. Chauffage à l'aide d'une résistance-fuites thermiques

Un cylindre surmonté d'un piston mobile contient $V_1=0,5 \text{ m}^3$ de diazote à la pression $P_1=400 \text{ kPa}$ et à la température $\theta_1=27^\circ\text{C}$. Une résistance chauffante se trouve au contact du gaz comme indiqué sur la figure ci-contre. Elle est allumée et un courant $I=2\text{A}$ y circule pendant une durée $\tau = 5\text{min}$ sous la tension $E=120\text{V}$. Le diazote se détend alors de manière isobare.



Au cours de cette transformation, suite à des fuites thermiques, l'ensemble {gaz, cylindre, résistance} cède à l'extérieur un transfert thermique $Q_{\text{ext}}=2800\text{J}$.

En considérant que le cylindre et la résistance n'emmagasinent pas de chaleur, déterminer la température finale θ_2 du diazote après la durée τ de fonctionnement de la résistance.

Données: masse molaire de l'azote : $M(N)=14,0 \text{ g.mol}^{-1}$, chaleur massique du diazote à pression constante: $c_p=1,039 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$, Constante des gaz parfaits : $R=8,314 \text{ J.mol}^{-1}\text{K}^{-1}$, $T(\text{K})=\theta^\circ\text{C}+273,15$. Rép : $\theta_2 = 57^\circ\text{C}$

Solution

On applique le 1er principe au diazote pour une transformation isobare: $\Delta H=Q=m c_p \Delta T$ (1) avec $Q=Q_{\text{chauffage}}+Q_{\text{fuites}}$.

$$Q_{\text{chauffage}}=U I \tau ; Q_{\text{fuites}}=-2800 \text{ J} . \text{ De plus } P_1 V_1=\frac{m}{M} R T_1 \text{ d'où } m=\frac{P_1 V_1 M}{R T_1}$$

$$\text{D'après (1) on en déduit : } \frac{P_1 V_1 M}{R T_1} c_p (\theta_2 - \theta_1) = U I \tau - 2800 \text{ d'où } \theta_2 = \frac{R T_1}{P_1 V_1 M c_p} (U I \tau - 2800) + \theta_1$$

$$\text{AN : } \theta_2 = \frac{8,314 \times 300,15}{400 \cdot 10^3 \times 0,5 \times 28 \cdot 10^{-3} \times 1039} (120 \times 2 \times 5 \times 60 - 2800) + 27 = 56,7 \approx 57^\circ\text{C}$$

3. Cycle de Lenoir

On considère une mole de gaz parfait de coefficient γ constant. Ce gaz est dans un état initial A caractérisé par $(P_0, V_0$ et $T_0)$. On lui fait subir les transformations réversibles suivantes:

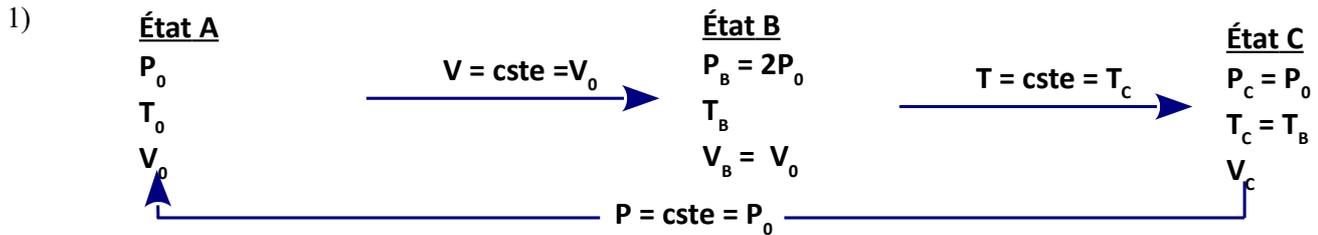
- A \rightarrow B : Compression isochore $P_B = 2P_0$
- B \rightarrow C : Détente isotherme
- C \rightarrow A : Refroidissement isobare

1) Exprimer en fonction de T_0 et V_0 la température de l'isotherme ainsi que le volume V_C .

2) Tracer le cycle dans le diagramme de Clapeyron

3) Exprimer en fonction de γ , R et T_0 pour chaque transformation : Le travail reçu par le gaz, le transfert thermique reçu par le gaz, la variation d'énergie interne et la variation d'enthalpie.

Solution



On applique l'équation d'état en A : $P_0 V_0 = RT_0$ puis en B : $2 P_0 V_0 = RT_B$ on en déduit que $T_B = 2 T_0$.

On applique l'équation d'état en C : $P_0 V_C = 2 R T_0$ on en déduit $V_C = 2 V_0$.

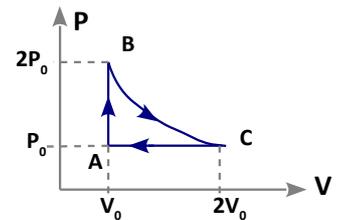
2) **Ci-contre**

3) **Transformation AB :**

La transformation est isochore réversible donc : $W_{AB} = 0$

et $Q_{AB} = \Delta U_{AB} = C_{vm} \Delta T = \frac{R}{\gamma - 1} (T_B - T_C)$ d'où : $Q_{AB} = \Delta U_{AB} = \frac{R T_0}{\gamma - 1}$

$$\Delta H_{AB} = \gamma \Delta U_{AB} = \frac{\gamma R T_0}{\gamma - 1}$$



Transformation BC :

La transformation est isotherme réversible donc : $\delta W_{BC} = -P_{ext} dV = -P dV = -\frac{RT_0}{V} dV$ d'où

$$W_{BC} = -2RT_0 \int_{V_B}^{V_C} \frac{dV}{V} \text{ d'où : } W_{BC} = -2R T_0 \ln 2$$

De plus, $\Delta U = C_{vm} \Delta T = 0 = W_{BC} + Q_{BC}$ donc $Q_{BC} = -W_{BC} = 2 R T_0 \ln 2$ et $\Delta H = C_{pm} \Delta T = 0$

Transformation CA :

La transformation est isobare donc $Q_{CA} = \Delta H_{CA} = C_{pm} \Delta T = \frac{R\gamma}{\gamma - 1} (T_A - T_C)$ d'où $Q_{CA} = \Delta H_{CA} = \frac{-R\gamma T_0}{\gamma - 1}$

$\delta W_{CA} = -P_{ext} dV = -P_0 dV$ donc $W_{CA} = -P_0 (V_A - V_C) = P_0 V_0$ donc $W_{AB} = R T_0$

$$\Delta U_{CA} = \frac{\Delta H_{CA}}{\gamma} = \frac{-R T_0}{\gamma - 1}$$

4. Cycle Beau de Rochas

Le cycle du moteur à 4 temps , de rapport de compression a peut être représenté théoriquement par le cycle Beau de Rochas . Ce cycle effectué par n moles d'un gaz parfait de coefficient γ est décrit ci-dessous :

- (1) Compression adiabatique quasi-statique de l'état A à l'état B de (V_0, T_A) à $\left(\frac{V_0}{a}, T_B\right)$
- (2) Échauffement isochore réversible de l'état B à l'état C où le gaz reçoit le transfert thermique Q_1 . Il atteint la température T_C .
- (3) Détente adiabatique quasi-statique de l'état C à l'état D de volume V_0 (la température est alors T_D)
- (4) Un refroidissement isochore réversible de l'état D à l'état A au cours duquel le gaz reçoit le transfert thermique Q_2 .

1. Énoncer la loi de Laplace.

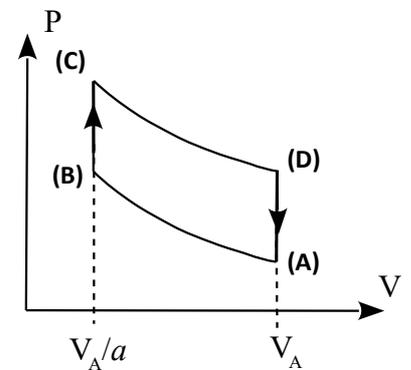
2. Représenter l'allure du cycle dans le diagramme de Clapeyron (P,V) .

3. Pour chaque transformation exprimer le transfert thermique et le travail reçus par le gaz en fonction des différentes températures , n R et γ , regrouper les résultats dans un tableau.

4. Exprimer la température T_B en fonction de T_A , a et γ puis la température T_C en fonction de T_D , a et γ .

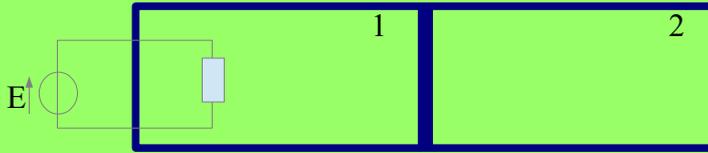
5. Déterminer le rendement du cycle $\eta = \frac{|W_{cycle}|}{Q_{BC}}$ en fonction de Q_{BC} et Q_{DA} puis en fonction de a et γ supposé constant.

Solution



5. Chauffage d'un gaz

On considère un réservoir à parois adiabatiques séparés en deux parties par un piston adiabatique et mobile sans frottements. Initialement, chaque compartiment contient une mole de gaz parfait ($\gamma = 1,4$) à la pression $P_0 = 10^5$ Pa et à la température $T_0 = 290$ K



Grâce à une résistance électrique, on chauffe lentement le gaz 1 dans le compartiment de gauche jusqu'à la pression $P = 2P_0$.

- 1) Déterminer l'état du gaz dans chacun des deux compartiments.
- 2) Calculer l'énergie thermique apportée au gaz de gauche par l'intermédiaire de la résistance, ainsi que le travail échangé entre les deux gaz.

Rep: 1) $T_{f1} = 806$ K, $T_{f2} = 353$ K, $V_{f1} = 33.5$ L ; 2) $W_2 = 1320$ J, $Q_1 = 12055$ J.

Solution

6. Deux situations de gaz dans un cylindre

Chaque question s'accompagne d'un choix de réponses. Il faudra indiquer la réponse choisie après une justification rigoureuse.

Deux réservoirs A et B aux parois indéformables contiennent de l'azote, dont on suppose qu'il se comporte comme un gaz parfait. Les mesures de la pression, de la température et du volume de l'azote dans chaque réservoir donnent les résultats ci-contre :

État initial			
P_{i1}	1	P_{i2}	2
T_i		T_i	
V_i		V_i	

	Réservoir A	Réservoir B
Pression (Pa)	1.10^4	3.10^4
Température (°C)	27	47
Volume (m ³)	17,8	9,5

On donne $\gamma = c_p / c_v = 1,4$; c_p et c_v désignent respectivement les chaleurs massiques de l'azote à pression et à volume constants. La masse molaire de l'azote est $M(N_2)=28g.mol^{-1}$

- Calculer les masses m_A et m_B d'azote contenu dans les réservoirs A et B.
 a) $m_A = 1,2 \text{ kg}$; b) $m_A = 2 \text{ kg}$; c) $m_B = 4,1 \text{ kg}$; d) $m_B = 3 \text{ kg}$.
- Après la mise en communication des deux réservoirs, un équilibre s'instaure pour une pression $P_e = 1,66.10^4 \text{ Pa}$. Calculer la température θ_e à l'équilibre en degré Celsius.
 a) $\theta_e = 45^\circ\text{C}$; b) $\theta_e = 32,5^\circ\text{C}$; c) $\theta_e = 24^\circ\text{C}$; d) $\theta_e = 19,5^\circ\text{C}$.
- La mise en communication des deux réservoirs se fait sans mise en jeu de travail. Calculer le transfert thermique Q reçu par le gaz au cours de cette opération.
 a) $Q = 12 \text{ kJ}$; b) $Q = 18 \text{ kJ}$; c) $Q = -24,5 \text{ kJ}$; d) $Q = -35 \text{ kJ}$.
- On renouvelle l'expérience dans des conditions différentes : on fait en sorte que l'ensemble des deux réservoirs soit parfaitement calorifugé ; le gaz constitue alors un système thermodynamiquement isolé. Déterminer en degré Celsius la température θ_e' pour laquelle s'établit l'équilibre, après mise en communication des deux réservoirs.
 a) $\theta_e' = 26^\circ\text{C}$; b) $\theta_e' = 30^\circ\text{C}$; c) $\theta_e' = 33^\circ\text{C}$; d) $\theta_e' = 39^\circ\text{C}$.

Solution

1. Dans le compartiment A : $P_A = 10^4 \text{ Pa}$; $T_A=300,15 \text{ K}$; $V_A=17,8\text{m}^3$. Pour déterminer la masse m_A de gaz il

suffit d'appliquer l'équation d'état sous la forme : $P_A V_A = \frac{m_A}{M} R T_A$ soit $m_A = \frac{M P_A V_A}{R T_A} = 2 \text{ kg}$. Rep b

La démarche est la même pour trouver mB. On trouve $m_B = \frac{M P_B V_B}{R T_B} = 3 \text{ kg}$. Rep d

2. On écrit la conservation de la matière entre l'état initial et l'état final : $n_A + n_B = n_{tot}$. On remplace ensuite les

nombre de mole grâce à l'équation d'état : $\frac{P_A V_A}{R T_A} + \frac{P_B V_B}{R T_B} = \frac{P_e (V_A + V_B)}{R T_e}$.

On tire de cette expression en simplifiant par R : $T_e = \frac{P_e (V_A + V_B)}{\frac{P_A V_A}{T_A} + \frac{P_B V_B}{T_B}} = 305,4 \text{ K}$.

D'où $\theta_e = 305,4 - 275 \approx 32,5^\circ\text{C}$. Rep b

3. On applique le 1er principe au système constitué par l'ensemble des deux gaz. $\Delta U = \Delta U_A + \Delta U_B = W + Q$ (1).

$W = W_p + W_{\text{autre}}$, $W_p = 0$ car le volume du système est constant, $W_{\text{autre}} = 0$ car l'énoncé dit que la mise en communication se fait sans mise en jeu de travail. De (1) on tire $Q = \Delta U_A + \Delta U_B$

Les gaz sont parfaits et identiques dans les deux compartiments donc :

$$\Delta U_A = m_A c_V (T_e - T_A) \text{ et } \Delta U_B = m_B c_V (T_e - T_A). \text{ Or on sait que } \gamma = \frac{c_P}{c_V} \text{ (2) et } c_P - c_V = \frac{R}{M} \text{ (3).}$$

De (2) on tire $c_P = \gamma c_V$. En remplaçant dans (3) on obtient : $\gamma c_V - c_V = \frac{R}{M}$ d'où : $c_V = \frac{R}{M(\gamma - 1)}$

$$\text{Finalement : } Q = m_A \frac{R}{M(\gamma - 1)} (T_e - T_A) + m_B \frac{R}{M(\gamma - 1)} (T_e - T_B) = \frac{R}{M(\gamma - 1)} (m_A (T_e - T_A) + m_B (T_e - T_B))$$

On peut donner l'expression du résultat avec les différences de températures en °C :

$$Q = \frac{R}{M(\gamma - 1)} (m_A (\theta_e - \theta_A) + m_B (\theta_e - \theta_B)) = -24 \text{ kJ} \quad \text{Rep c}$$

4. On applique le 1er principe au système constitué par l'ensemble des deux gaz. $\Delta U = \Delta U_A + \Delta U_B = W + Q$.

$W = 0$, $Q = 0$ car le système est thermiquement isolé. Donc $\Delta U_A + \Delta U_B = 0$. On utilise les expressions

précédentes en remplaçant θ_e par θ'_e d'où $\frac{R}{M(\gamma - 1)} (m_A (\theta'_e - \theta_A) + m_B (\theta'_e - \theta_B)) = 0$ d'où :

$$\theta'_e = \frac{m_A \theta_A + m_B \theta_B}{m_A + m_B} = 39 \text{ } ^\circ \text{C} \quad \text{Rep d}$$