

2. Variation d'entropie au cours d'un changement d'état ☺☺

Un récipient parfaitement calorifugé de capacité thermique négligeable, contient une masse $M=1\text{kg}$ d'eau liquide, à la température $\theta_1 = 10^\circ\text{C}$. On place dans ce récipient un bloc de glace de masse $m = 500\text{g}$ à la température $\theta_0 = 0^\circ\text{C}$

1) Caractériser l'état final.

2) Calculer: a) La variation d'entropie de l'eau initialement à l'état liquide: ΔS_1

b) La variation d'entropie de l'eau initialement à l'état solide: ΔS_2

Données: Chaleur massique de l'eau $c=4,18\text{Jg}^{-1}\text{K}^{-1}$; Chaleur latente de fusion de la glace: $L_F=334\text{ J.g}^{-1}$.

Expression admise : La variation d'entropie d'une phase condensée de masse m , de chaleur massique c passant de la température T_1 à la température T_2 est : $\Delta S=m c \ln \frac{T_2}{T_1}$.

Solution :

1) Le système $S=\{M, m\}$ subit une transformation adiabatique isobare.

$$\Delta H_S = \Delta H_M + \Delta H_m = 0 \quad (1).$$

$$\Delta H_M = M c (\theta_F - \theta_1).$$

On suppose dans un premier temps que toute la glace fond.

Pour le glaçon , il faut tenir compte du changement d'état et du chauffage du glaçon fondu jusqu'à la température finale. $\Delta H_m = +m L_F + m c (\theta_F - \theta_0)$.

De (1) on tire : $M c (\theta_F - \theta_1) + m L_F + m c (\theta_F - \theta_0) = 0$. $\theta_F = \frac{-m L_F + c (M \theta_1 + m \theta_0)}{c (m + M)}$. $\theta_0 = 0^\circ\text{C}$, en °C la

formule se simplifie :

$$\theta_F = \frac{-m L_F + M c \theta_1}{c (m + M)}$$

AN : $\theta_F = \frac{-500 \times 334 + 4,18 \times 1000 \times 10}{4,18 (1500)} < 0$. Impossible, toute la glace ne fond pas et la température finale est de 0°C .

On suppose que toute la glace ne fond pas.

$$\Delta H_M = M c (\theta_0 - \theta_1).$$

Pour le glaçon , soit m_1 la masse de glace qui change d'état. $\Delta H_m = +m_1 L_1$.

De (1) on tire : $M c (\theta_0 - \theta_1) + m_1 L_F = 0$. $m_1 = M c \frac{(\theta_1 - \theta_0)}{L_F}$. $\theta_0 = 0^\circ\text{C}$. En °C la formule se simplifie :

$$m_1 = \frac{M c \theta_1}{L_F} \quad \text{AN : } m_1 = \frac{1000 \times 4,18 \times 10}{334} = 125 \text{ g}$$

Conclusion : **Dans l'état final, il y a 1125g d'eau liquide à 0°C et 375g d'eau solide à 0°C .**

$$2) \Delta S_1 = m c \ln \frac{T_0}{T_1} = 1000 \times 4,18 \ln \left(\frac{273}{283} \right) = -150 \text{ J.K}^{-1}$$

$$3) \Delta S_2 = \frac{m_1 L_F}{T_1} = \frac{125 \times 334}{273} = 153 \text{ J.K}^{-1}$$

3. Transformation adiabatique ☺☺

Dans cet exercice, l'air sera assimilé à un gaz parfait de coefficient $\gamma = 1,4$.

Un récipient cylindrique, fermé à ses deux extrémités est divisé en deux parties par un piston vertical mobile sans frottement et conducteur de la chaleur. Les parois externes du récipient sont adiabatiques.

Dans chacun des compartiments on a disposé une certaine masse d'air telle que:

Dans le compartiment 1: $P_1 = 2\text{bars}$; $V_1 = 1\text{L}$; $T_1 = 340\text{K}$

Dans le compartiment 2: $P_2 = 1\text{bar}$; $V_2 = 1\text{L}$; $T_2 = 280\text{K}$

Le piston initialement bloqué est abandonné à lui-même et atteint une position d'équilibre.

1) Déterminer littéralement puis numériquement la pression finale P_3 et la température finale T_3 .

2) En déduire l'entropie créée par la transformation.

Expression admise : la variation d'entropie de n moles de gaz parfait passant de (T_i, P_i) à (T_f, P_f) est :

$$\Delta S = nR \frac{\gamma}{\gamma-1} \ln \frac{T_f}{T_i} - nR \ln \frac{P_f}{P_i}$$

Solution

1) A l'équilibre la pression et la température est la même dans les 2 compartiments. On applique le 1er principe au système constitué par les 2 gaz parfaits: $\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 = n_1 C_{Vm}(T_3 - T_1) + n_2 C_{Vm}(T_3 - T_2) = W + Q = 0$ or $n_1 = \frac{P_1 V_1}{R T_1}$ et

$$n_2 = \frac{P_2 V_2}{R T_2} \quad \text{d'où} \quad \frac{P_1 V_1}{T_1} (T_3 - T_1) + \frac{P_2 V_1}{T_2} (T_3 - T_2) = 0 \quad \text{d'où}$$

$$T_3 = \frac{P_1 + P_2}{\frac{P_1}{T_1} + \frac{P_2}{T_2}} = \frac{2+1}{\frac{2}{340} + \frac{1}{280}} = 317\text{ K}$$

On note V_{31} le volume du compartiment (1) dans l'état final et V_{32} celui du compartiment (2). On exprime la conservation de la matière entre l'état initial et l'état final : $n_1 R = \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_3 V_{31}}{T_3}$ donc $V_{31} = \frac{P_1 V_1 T_3}{P_3 T_1}$ de même $V_{32} = \frac{P_2 V_1 T_3}{P_3 T_2}$. La

conservation du volume total impose : $2V_1 = V_{31} + V_{32} = \frac{P_1 V_1 T_3}{P_3 T_1} + \frac{P_2 V_1 T_3}{P_3 T_2}$ d'où $P_3 = \frac{T_3}{2} \left(\frac{P_1}{T_1} + \frac{P_2}{T_2} \right)$.

$$\text{AN : } P_3 = \frac{317}{2} \left(\frac{2}{340} + \frac{1}{280} \right) = 1,50 \text{ bars}$$

$$2) \Delta S_1 = n_1 R \frac{\gamma}{\gamma-1} \ln \frac{T_3}{T_1} - n_1 R \ln \frac{P_3}{P_1} \quad \text{or} \quad n_1 R = \frac{P_1 V_1}{T_1} \quad \text{d'où} \quad \Delta S_1 = \frac{P_1 V_1}{T_1} \left[\frac{\gamma}{\gamma-1} \ln \frac{T_3}{T_1} - \ln \frac{P_3}{P_1} \right]$$

$$\text{AN : } \Delta S_1 = \frac{2 \cdot 10^5 \times 1 \cdot 10^{-3}}{340} \left[\frac{1,4}{0,4} \ln \frac{317}{340} - \ln \frac{1,5}{2} \right] = 2,50 \cdot 10^{-2} \text{ J.K}^{-1}$$

$$\text{De même } \Delta S_2 = \frac{P_2 V_1}{T_2} \left[\frac{\gamma}{\gamma-1} \ln \frac{T_3}{T_2} - \ln \frac{P_3}{P_2} \right]$$

$$\text{AN : } \Delta S_2 = \frac{1 \cdot 10^5 \times 1 \cdot 10^{-3}}{280} \left[\frac{1,4}{0,4} \ln \frac{317}{280} - \ln \frac{1,5}{1} \right] = 1,03 \cdot 10^{-2} \text{ J.K}^{-1}$$

Le système est thermiquement isolé donc : $\Delta S = S_c = \Delta S_1 + \Delta S_2 = (2,5 + 1,03) \cdot 10^{-2} = 3,53 \cdot 10^{-2} \text{ J.K}^{-1}$

Etat initial

