

## 1. Détente d'une vapeur d'eau dans une machine à vapeur ☺☺

Dans un cycle de machine à vapeur, la phase motrice est une détente de la vapeur d'eau dans un cylindre fermé par un piston mobile.

Cette détente est suffisamment rapide pour que les transferts thermiques n'aient pas le temps d'être quantitatifs. Pour simplifier, on la suppose également réversible (ce qui suppose les frottements négligeables).

On a représenté la transformation dans le diagramme (P,V) ci-contre:

$T_1 = 485\text{K}$ , la pression de vapeur saturante correspondante est  $P_1 = 20\text{bars}$

$T_2 = 373\text{K}$ , la pression de vapeur saturante correspondante est  $P_2 = 1\text{bar}$

Pb: Déterminer le titre en vapeur  $x_{v2}$  de l'état F.

1) En utilisant la table thermodynamique ci-dessous:

	P en (bar)	$v_L$ en $\text{m}^3\text{kg}^{-1}$	$h_L$ en $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$	$s_L$ en $\text{kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$	$v_v$ en $\text{m}^3\text{kg}^{-1}$	$h_v$ en $\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$	$s_v$ en $\text{kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$
$T_1 = 485\text{ K}$	20	$1,18\cdot 10^{-3}$	909	2,45	0.0998	2801	6,35
$T_2 = 373\text{ K}$	1	$1,04\cdot 10^{-3}$	418	1,30	1,70	2676	7,36

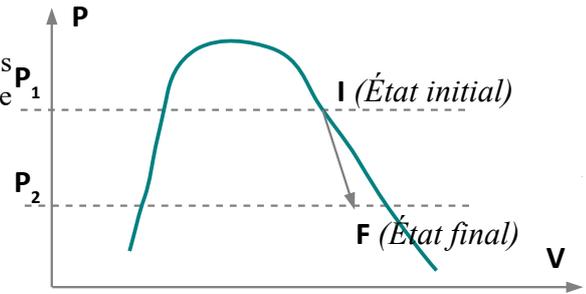
2) En utilisant uniquement les renseignements suivants:

Enthalpies de vaporisation  $L(T_1) = 1892\text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ ;  $L(T_2) = 2258\text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$ .

Capacité thermique massique de l'eau:  $C = 4,18\text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ .

Données : La variation d'entropie d'un liquide de masse  $m$ , de chaleur massique  $c$ , passant d'une température  $T_1$  à une température  $T_2$  est :  $\Delta S = mc \ln \frac{T_2}{T_1}$ .

Rep. :  $x_{v2} = 0,83$



### Solution

La transformation étudiée est **isentropique**.

1) Soit un système de masse unité effectuant la transformation :  $s_I = s_F$ .

$s_I = s_V(T_1)$ ;  $s_F = x_{v2}s_V(T_2) + (1 - x_{v2})s_L(T_2)$  donc  $s_V(T_1) = x_{v2}s_V(T_2) + (1 - x_{v2})s_L(T_2)$  d'où

$$x_{v2} = \frac{s_V(T_1) - s_L(T_2)}{s_V(T_2) - s_L(T_2)} \quad \text{Application numérique :} \quad x_{v2} = \frac{6,35 - 1,30}{7,36 - 1,30} = 0,833$$

2) S est une fonction d'état  $\Delta S$  ne dépend pas du chemin suivi.

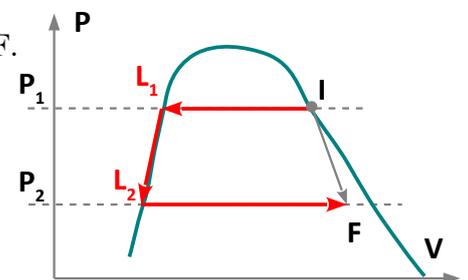
Soit un système de masse unité empruntant le chemin :  $I \rightarrow L_1 \rightarrow L_2 \rightarrow F$ .

$$\Delta S_{IF} = \Delta S_{IL_1} + \Delta S_{L_1L_2} + \Delta S_{L_2F} = 0$$

$$\Delta S_{IL_1} = -\frac{L(T_1)}{T_1}; \quad \Delta S_{L_1L_2} = C \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right); \quad \Delta S_{L_2F} = \frac{x_{v2}L(T_2)}{T_2}$$

$$\text{d'où} \quad -\frac{L(T_1)}{T_1} + C \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + \frac{x_{v2}L(T_2)}{T_2} = 0 \quad \text{d'où} \quad x_{v2} = \frac{T_2}{L(T_2)} \left( \frac{L(T_1)}{T_1} - C \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) \right)$$

$$\text{Application numérique :} \quad x_{v2} = \frac{373}{2258} \left( \frac{1892}{485} - 4,18 \ln\left(\frac{373}{485}\right) \right) = 0,826$$



Les 2 méthodes donnent des résultats comparables. La première n'utilise aucune approximation. La deuxième fait l'approximation d'un fluide incompressible, les résultats justifient cette approximation.

## 2. Variation d'entropie au cours d'un changement d'état ☺☺

Un récipient parfaitement calorifugé de capacité thermique négligeable, contient une masse  $M=1\text{kg}$  d'eau liquide, à la température  $\theta_1=10^\circ\text{C}$ . On place dans ce récipient un bloc de glace de masse  $m=500\text{g}$  à la température  $\theta_0=0^\circ\text{C}$

- 1) Caractériser l'état final.
- 2) Calculer: a) La variation d'entropie de l'eau initialement à l'état liquide:  $\Delta S_1$   
b) La variation d'entropie de l'eau initialement à l'état solide:  $\Delta S_2$

Données: Chaleur massique de l'eau  $c=4,18\text{Jg}^{-1}\text{K}^{-1}$ ; Chaleur latente de fusion de la glace:  $L_F=334\text{J.g}^{-1}$ .

Expression admise: La variation d'entropie d'une phase condensée de masse  $m$ , de chaleur massique  $c$  passant de la température  $T_1$  à la température  $T_2$  est:  $\Delta S = mc \ln \frac{T_2}{T_1}$ .

### Solution :

1) Le système  $S=\{M, m\}$  subit une transformation adiabatique isobare.

$$\Delta H_S = \Delta H_M + \Delta H_m = 0 \quad (1).$$

$$\Delta H_M = M c (\theta_F - \theta_1).$$

On suppose dans un premier temps que toute la glace fond.

Pour le glaçon, il faut tenir compte du changement d'état et du chauffage du glaçon fondu jusqu'à la température finale.  $\Delta H_m = +m L_F + m c (\theta_F - \theta_0)$ .

De (1) on tire:  $M c (\theta_F - \theta_1) + m L_F + m c (\theta_F - \theta_0) = 0$ .  $\theta_F = \frac{-m L_f + c (M \theta_1 + m \theta_0)}{c (m + M)}$ .  $\theta_0 = 0^\circ\text{C}$ , en  $^\circ\text{C}$  la

formule se simplifie:  $\theta_F = \frac{-m L_f + M c \theta_1}{c (m + M)}$

AN:  $\theta_F = \frac{-500 \times 334 + 4,18 \times 1000 \times 10}{4,18 (1500)} < 0$ . Impossible, toute la glace ne fond pas et la température finale est de  $0^\circ\text{C}$ .

On suppose que toute la glace ne fond pas.

$$\Delta H_M = M c (\theta_0 - \theta_1).$$

Pour le glaçon, soit  $m_1$  la masse de glace qui change d'état.  $\Delta H_m = +m_1 L_1$ .

De (1) on tire:  $M c (\theta_0 - \theta_1) + m_1 L_F = 0$ .  $m_1 = M c \frac{(\theta_1 - \theta_0)}{L_F}$ .  $\theta_0 = 0^\circ\text{C}$ . En  $^\circ\text{C}$  la formule se simplifie:

$$m_1 = \frac{M c \theta_1}{L_F} \quad \text{AN: } m_1 = \frac{1000 \times 4,18 \times 10}{334} = 125 \text{ g}$$

Conclusion: **Dans l'état final, il y a 125g d'eau liquide à  $0^\circ\text{C}$  et 375g d'eau solide à  $0^\circ\text{C}$ .**

$$2) \Delta S_1 = M c \ln \frac{T_0}{T_1} = 1000 \times 4,18 \ln \left( \frac{273}{283} \right) = -150 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$3) \Delta S_2 = \frac{m_1 L_F}{T_1} = \frac{125 \times 334}{273} = 153 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

### 3. Transformation adiabatique ☺☺

Dans cet exercice, l'air sera assimilé à un gaz parfait de coefficient  $\gamma = 1,4$ .

Un récipient cylindrique, fermé à ses deux extrémités est divisé en deux parties par un piston vertical mobile sans frottement et conducteur de la chaleur. Les parois externes du récipient sont adiabatiques.

Dans chacun des compartiments on a disposé une certaine masse d'air telle que:

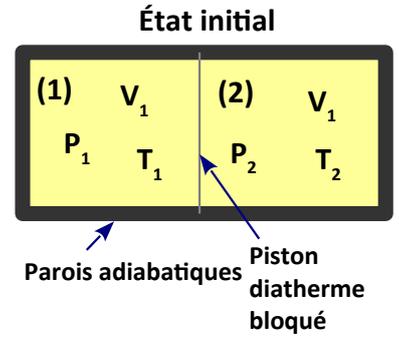
**Dans le compartiment 1:**  $P_1 = 2\text{bars}$ ;  $V_1 = 1\text{L}$ ;  $T_1 = 340\text{K}$

**Dans le compartiment 2:**  $P_2 = 1\text{bar}$ ;  $V_1 = 1\text{L}$ ;  $T_2 = 280\text{K}$

Le piston initialement bloqué est abandonné à lui-même et atteint une position d'équilibre.

1) Déterminer littéralement puis numériquement la pression finale  $P_3$  et la température finale  $T_3$ .

2) En déduire l'entropie créée par la transformation.



Expression admise: la variation d'entropie de  $n$  moles de gaz parfait passant de  $(T_i, P_i)$  à  $(T_f, P_f)$  est:

$$\Delta S = nR \frac{\gamma}{\gamma-1} \ln \frac{T_f}{T_i} - nR \ln \frac{P_f}{P_i}$$

### Solution

1) A l'équilibre la pression et la température est la même dans les 2 compartiments. On applique le 1er principe au système constitué par les 2 gaz parfaits:  $\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 = n_1 C_{vm}(T_3 - T_1) + n_2 C_{vm}(T_3 - T_2) = W + Q = 0$  or  $n_1 = \frac{P_1 V_1}{RT_1}$  et

$$n_2 = \frac{P_2 V_2}{RT_2} \text{ d'où } \frac{P_1 V_1}{T_1} (T_3 - T_1) + \frac{P_2 V_1}{T_2} (T_3 - T_2) = 0 \text{ d'où } T_3 = \frac{P_1 + P_2}{\frac{P_1}{T_1} + \frac{P_2}{T_2}} = \frac{2+1}{\frac{2}{340} + \frac{1}{280}} = 317 \text{ K}$$

On note  $V_{31}$  le volume du compartiment (1) dans l'état final et  $V_{32}$  celui du compartiment (2). On exprime la conservation de la matière entre l'état initial et l'état final:  $n_1 R = \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_3 V_{31}}{T_3}$  donc  $V_{31} = \frac{P_1 V_1 T_3}{P_3 T_1}$  de même  $V_{32} = \frac{P_2 V_1 T_3}{P_3 T_2}$ . La

conservation du volume total impose:  $2V_1 = V_{31} + V_{32} = \frac{P_1 V_1 T_3}{P_3 T_1} + \frac{P_2 V_1 T_3}{P_3 T_2}$  d'où  $P_3 = \frac{T_3}{2} \left( \frac{P_1}{T_1} + \frac{P_2}{T_2} \right)$ .

$$\text{AN: } P_3 = \frac{317}{2} \left( \frac{2}{340} + \frac{1}{280} \right) = 1,50 \text{ bars}$$

$$2) \Delta S_1 = n_1 R \frac{\gamma}{\gamma-1} \ln \frac{T_3}{T_1} - n_1 R \ln \frac{P_3}{P_1} \text{ or } n_1 R = \frac{P_1 V_1}{T_1} \text{ d'où } \Delta S_1 = \frac{P_1 V_1}{T_1} \left[ \frac{\gamma}{\gamma-1} \ln \frac{T_3}{T_1} - \ln \frac{P_3}{P_1} \right]$$

$$\text{AN: } \Delta S_1 = \frac{2 \cdot 10^5 \times 1 \cdot 10^{-3}}{340} \left[ \frac{1,4}{0,4} \ln \frac{317}{340} - \ln \frac{1,5}{2} \right] = 2,50 \cdot 10^{-2} \text{ J.K}^{-1}$$

$$\text{De même } \Delta S_2 = \frac{P_2 V_1}{T_2} \left[ \frac{\gamma}{\gamma-1} \ln \frac{T_3}{T_2} - \ln \frac{P_3}{P_2} \right]$$

$$\text{AN: } \Delta S_2 = \frac{1 \cdot 10^5 \times 1 \cdot 10^{-3}}{280} \left[ \frac{1,4}{0,4} \ln \frac{317}{280} - \ln \frac{1,5}{1} \right] = 1,03 \cdot 10^{-2} \text{ J.K}^{-1}$$

Le système est thermiquement isolé donc:  $\Delta S = S_c = \Delta S_1 + \Delta S_2 = (2,5 + 1,03) \cdot 10^{-2} = 3,53 \cdot 10^{-2} \text{ J.K}^{-1}$