5. Equilibre d'une cloche renversée sur l'eau

1. On cherche à établir 3 équations :

1.1. Equilibre mécanique de la cloche : $mg+P_0S=PS$ d'où : $\boxed{P=P_0+\frac{mg}{S}}$ (1)

1.2. Loi fondamentale de la statique des fluides : $\boxed{P=P_0+\rho g(x-y)}$ (2)

1.3. Utilisation de l'équation d'état : $P_0V_0=P_0Sh=nRT_0=PS(h-y)$ d'où : $\boxed{P_0h=P(h-y)}$ (3)

2. Résolution du système d'équations :

D'après (3) $\boxed{y=h-\frac{P_0}{P}h}$. En remplaçant P de (1) , on obtient : $\boxed{y=h-\frac{P_0}{P_0+\frac{mg}{S}}h=\frac{mgh}{mg+P_0S}}$

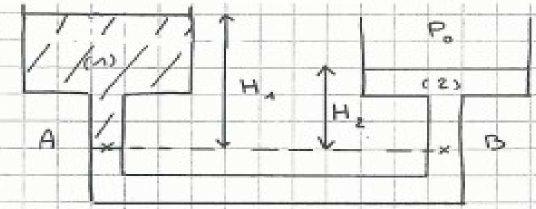
(1) = (2) d'où $\boxed{\rho(x-y)=\frac{m}{S}}$ d'où $\boxed{x=y+\frac{m}{\rho S}=\frac{mgh}{mg+P_0S}+\frac{m}{\rho S}}$

3. Pour que la cloche puisse flotter, il faut que : $\boxed{x<h}$ soit : $\frac{mgh}{mg+P_0S}+\frac{m}{\rho S}<h$ soit : $\frac{m}{\rho S}<h\left(1-\frac{mg}{mg+P_0S}\right)$ soit

$\frac{m}{\rho S}<h\frac{P_0S}{mg+P_0S}$ soit $hS>\frac{m}{\rho SP_0}(mg+P_0S)$ soit : $\boxed{V_0>\frac{m}{\rho}\left(1+\frac{mg}{P_0S}\right)}$.

6. Étude d'un manomètre différentiel

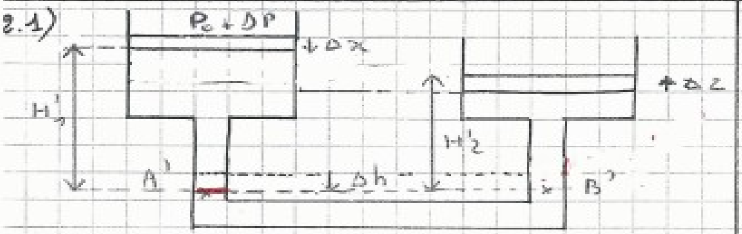
1)



1) $P_A=P_0+\mu_1gH_1=P_0+\mu_2gH_2$

$\Rightarrow \boxed{\mu_1H_1=\mu_2H_2}$ $\mu_1<\mu_2$

2.1)



$H'_1=H_1-\Delta x+\Delta h$

$H'_2=H_2+\Delta z+\Delta h$ 2.3

$P_A'=P_0+\Delta P+\mu_1gH'_1$

$P_B'=P_0+\mu_2gH'_2$

2.2)

La conservation de la matière impose $\mu_1\Delta x\,S_1=\mu_1\Delta h\,s \Rightarrow \boxed{\Delta x=\frac{s}{S_1}\Delta h}$

" " $\mu_2\Delta h\,s=\mu_2\Delta z\,s \Rightarrow \boxed{\Delta z=\frac{s\,\Delta h}{S_2}}$

Fin 2.3

$P_A'=P_B' \Rightarrow \cancel{P_0}+\Delta P+\mu_1g\left(\cancel{H_1}-\frac{s}{S_1}\Delta h+\Delta h\right)=\cancel{P_0}+\mu_2g\left(\cancel{H_2}+\frac{s\Delta h}{S_2}+\Delta h\right)$

$\Rightarrow \Delta P=\Delta h\left(\mu_2g\left(\frac{s}{S_2}+1\right)-\mu_1g\left(\frac{-s}{S_1}+1\right)\right)$

$\Rightarrow \boxed{\frac{\Delta h}{\Delta P}=\frac{1}{g\left(\mu_2\left(\frac{s}{S_2}+1\right)+\mu_1\left(\frac{s}{S_1}-1\right)\right)}}$

AN : $\frac{\Delta h}{\Delta P}=\frac{1}{9{,}81\left(1024\left(\frac{1}{100}+1\right)-998\left(\frac{1}{100}+1\right)\right)}$

$\frac{\Delta h}{\Delta P}=2{,}21\cdot10^{-3}\ \mathrm{m.Pa^{-1}}=2{,}21\ \mathrm{mm\,Pa^{-1}}$

7. Double vitrage

→ Atmosphère isotherme $P=P_0\cdot e^{-\frac{Mgz}{RT_0}}$ $\boxed{\rightarrow h_{max}=843\text{m.}}$

8. Stratosphère et troposphère

1) Dans un premier temps, on détermine la variation de pression dans la troposphère. On applique la loi fondamentale de la statique des fluides pour un axe ascendant : $\boxed{dP = -\rho g\, dz}$. En assimilant l'air à un gaz parfait on en déduit : $dP = \frac{-PM}{RT} g\, dz = \frac{-PM}{R(a-bz)} dz$. Pour intégrer, on fait la séparation des variables : $\frac{dP}{P} = \frac{-Mg}{R(a-bz)} dz$ d'où $\int_{P_0}^{P(z)} \frac{dP}{P} = \int_0^z \frac{-Mg}{R(a-bz)} dz$.

Par intégration, on obtient : $\boxed{\ln \frac{P(z)}{P_0} = \frac{Mg}{Rb} \ln \frac{a-bz}{a}}$ d'où $\boxed{P(z) = P_0 \left(\frac{a-bz}{a}\right)^{\frac{Mg}{Rb}}}$.

A 11000m, $\boxed{P(11000) = P_0 \left(\frac{288 - 6{,}5 \times 11}{288}\right)^{\frac{29.10^{-3} \times 9{,}81}{8{,}314 \times 6{,}5.10^{-3}}} = 0{,}223\, P_0}$.

Dans un second temps , on détermine la variation de pression dans la stratosphère. On applique la loi fondamentale de la statique des fluides pour un axe ascendant : $\boxed{dP = -\rho g\, dz}$. En assimilant l'air à un gaz parfait on en déduit : $dP = \frac{-PM}{RT_s} g\, dz$. Pour intégrer, on fait la séparation des variables : $\frac{dP}{P} = \frac{-Mg}{RT_s} dz$ d'où $\int_{P(11000)}^{P_0} \frac{dP}{P} = \int_{11000}^{z} \frac{-Mg}{RT_s} dz$ d'où $\boxed{P(z) = P_{11000}\, e^{\frac{-Mg}{RT_s}(z-11000)}}$

2) A 4700 m, $\boxed{P(4700) = P_0 \left(\frac{288 - 6{,}5 \times 4{,}7}{288}\right)^{\frac{29 \times 9{,}8}{8{,}314 \times 6{,}5}} = 0{,}554\, P_0}$