1. Débordera , débordera pas ?

Un verre contenant un glaçon, de volume V et de masse volumique μ est rempli à ras bord d'eau liquide de masse volumique μ_0.

1. Exprimer en fonction des données le volume V_{imm} du glaçon immergé dans l'eau ainsi que le volume V_{fond} du glaçon lorsqu'il aura fondu.

2. Faire l'application numérique du pourcentage immergé pour $\mu_0 = 1 g.cm^{-3}$ et $\mu = 0{,}92 g.cm^{-3}$

3. Faut-il prévoir une éponge pour essuyer la table ? Que se passe-t-il si à la place de l'eau il y a du whisky ? (densité de l'alcool inférieur à celle de l'eau)

Solution :

1. On applique la 2ème loi de Newton au glaçon : $\mu V g = V_{imm} \mu_0 g$ soit : $\boxed{V_{imm} = \frac{\mu}{\mu_0} V}$. Pour déterminer le volume du glaçon fondu, on exprime la conservation de la masse du glaçon : $m = \mu V = V_{fond} \mu_0$ d'où : $\boxed{V_{fond} = V_{imm} = \frac{\mu}{\mu_0} V}$

1. AN : $\boxed{\frac{V_{imm}}{V} = \frac{\mu}{\mu_0} = 0{,}92}$. 92% du glaçon est immergé.

3. Pas la peine d'avoir une éponge… cela ne va pas déborder. Dans le whisky, qui est moins dense que l'eau, le fluide déplacé aura un volume plus grand pour compenser le poids du glaçon. Quand le glaçon redevient liquide, le niveau va donc baisser.

2. Plongeur en apnée *(ENAC 2011)*

Un plongeur souhaite explorer une épave sous-marine en effectuant une plongée en apnée. Le corps du plongeur, de masse M = 80 kg, peut-être considéré, à l'exception de ses poumons, comme incompressible.

Les poumons ont un volume variable : lors d'une inspiration complète le volume est V_M = 6,0L et lors d'une expiration complète ce volume devient V_m = 1,5 L. Le reste du corps a un volume V_0 = 77,0L.

Lors de la descente la cage thoracique se comprime et l'air des poumons est donc à la même pression que l'eau à la profondeur du plongeur. L'eau a une masse volumique $\mu = 1000\ kg.m^{-3}$, la pression atmosphérique à la surface est P_0= 1,0 bar, on donne la valeur de l'intensité du champ pesanteur $g = 10\ m.s^{-2}$ et on considère que l'air est un gaz parfait. On donne la constante des gaz parfaits: $R = 8,3\ J.K^{-1}.mol^{-1}$. Durant toute cette étude on supposera que la température T de l'air reste constante. On choisit un axe vertical Oz descendant et d'origine prise à la surface.

1. Indiquer la ou les affirmations exactes:

A) Le plongeur flotte s'il inspire totalement mais coule s'il expire totalement

B) Le plongeur flotte lorsqu'il inspire totalement et lorsqu'il expire totalement

C) Le plongeur coule lorsqu'il inspire totalement et lorsqu'il expire totalement

D) Le plongeur coule s'il inspire totalement mais flotte s'il expire totalement

2. Le plongeur inspire totalement avant d'entamer sa descente. Exprimer le volume V de ses poumons en fonction de la profondeur z à laquelle il descend.

A) $V = V_M \dfrac{P_0}{P_0 + \mu g z}$ B) $V = \dfrac{V_M + V_m}{V_M} \exp\left(\dfrac{-\mu g z}{RT}\right)$ C) $V = (V_M + V_m) \dfrac{P_0}{P_0 - \mu g z}$ D) $V = V_M \exp\left(\dfrac{\mu g z}{RT}\right)$

3. A quelle profondeur z_1 la résultante des forces s'appliquant au plongeur est-elle nulle ?

A) z_1 = 5 m B) z_1 = 10 m C) z_1 = 20 m D) z_1 = 40 m

4. A quelle profondeur z_2 ses poumons ont-ils atteint leur volume minimal ?

A) z_2 = 5 m B) z_2 = 10 m C) z_2 = 30 m D) z_2 = 60 m

5. Le plongeur s'équipe d'une bouteille d'air comprimé qui lui fournit, grâce à un détendeur, de l'air à la même pression que l'eau à la profondeur où il se trouve. Le volume de la bouteille est V_B = 12 L. La composition molaire de l'air est x_{O2} = 20 % et x_{N2} = 80 % où x_{O2} et x_{N2} sont respectivement les titres molaires en dioxygène et en diazote. Sachant qu'à partir d'une pression partielle en diazote égale à P_{lim} = 4,0 bar le plongeur ressent l'ivresse des profondeurs, déterminer la profondeur z_3 à laquelle se manifeste ce phénomène.

A) z_3 = 300 m B) z_3 = 80 m C) z_3 = 40 m D) z_3 = 20 m

6. Le plongeur effectue 15 respirations par minute chacune ayant une amplitude de 1,0L.

Initialement la pression dans la bouteille est de 150 bars et le plongeur doit entamer sa remontée lorsque la pression atteint la valeur de 50 bars. Combien de temps Δt peut-il rester à la profondeur calculée à la question précédente en négligeant la durée de descente ?

A) Δt =1h20 min B) Δt =2 min C) Δt =16 min D) Δt =4h

Statique des fluides ENAC 2011

7) Réponse A)

8) $P(z) = P_0 + \mu g z$. On suppose que le plongeur n'a pas expiré $\Rightarrow nRT = cste \Rightarrow$

$P_0 V_\Pi = P(z) V \Rightarrow \boxed{V = \dfrac{P_0 V_\Pi}{P_0 + \mu g z} \quad \text{Réponse A)}}$

9) On suppose tjs que le plongeur n'a pas expiré. Bilan des forces :

$\vec{P} = \Pi \vec{g}$; $\vec{\pi} = -\mu(V+V_0)\vec{g} = -\mu\left(\dfrac{P_0 V_\Pi}{P_0 + \mu g z} + V_0\right)\vec{g}$. A la profondeur z_1 :

$\vec{P} + \vec{\pi} = \vec{0} \Rightarrow \Pi = \dfrac{\mu P_0 V_\Pi}{P_0 + \mu g z_1} + \mu V_0 \Rightarrow \Pi - \mu V_0 = \dfrac{\mu P_0 V_\Pi}{P_0 + \mu g z_1} \Rightarrow$

$$z_1 = \left[\frac{\mu V_\Pi}{\Pi - \mu V_0} - 1\right]\frac{P_0}{\mu g} = \left[\frac{6}{80-77} - 1\right]\frac{10^5}{10^3 \cdot 10} = (2-1)\,10 = 10\text{ m} \quad \text{Réponse B}$$

10) On suppose tjs que le plongeur n'a pas expiré !... Le volume de ses poumons est V_m

à la pression $P(z_2) = P_0 + \mu g z_2 \Rightarrow V_m P(z_2) = nRT = P_0 V_\Pi$

$\Rightarrow P_0 + \mu g z_2 = \dfrac{P_0 V_\Pi}{V_m} \Rightarrow \boxed{z_2 = \dfrac{P_0}{\mu g}\left(\dfrac{V_\Pi}{V_m} - 1\right) = \dfrac{10^5}{10^3 \cdot 10}\left(\dfrac{6}{1{,}5} - 1\right) = 30\text{ m} \quad \text{Rep C}}$

11) $V_B = 12\,L$. $P_i = x_i P(z_3) = 0{,}8\, P(z_3) \Rightarrow P(z_3) = \dfrac{P_i}{0{,}8} = \dfrac{P_i}{4} \times 5 = \dfrac{4 \cdot 10^5}{4} \cdot 5 \Rightarrow$

$P(z_3) = 5 \cdot 10^5$ Pa. Or $P(z_3) = P_0 + \mu g z_3 \Rightarrow \boxed{z_3 = \dfrac{P(z_3) - P_0}{\mu g} = 40\text{ m} \quad \text{Rep C}}$

12) 15 respiration en 1 mn $\Rightarrow$ 15 L d'air

$P_i = 150$ bars $\quad P_f = 50$ bars

Nb initial de moles ds la bouteille : $n_i = \dfrac{P_i V_B}{RT}$

Nb final , , $n_f = \dfrac{P_f V_B}{RT}$

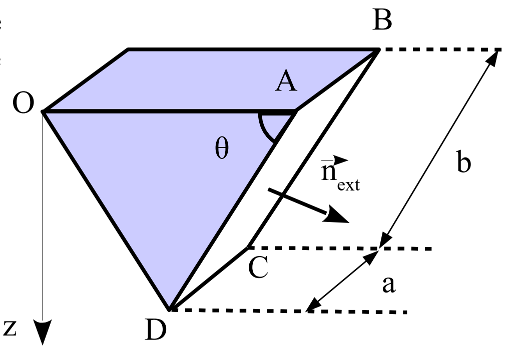
Nb de moles ayant servi à la respiration : $n_R = n_i - n_f = \dfrac{(P_i - P_f) V_B}{RT} = \dfrac{P(z_3)\, V_{extrait}}{RT}$

$\Rightarrow V_{extrait} = \dfrac{(P_i - P_f) V_B}{P(z_3)} = \dfrac{(150-50)\,12}{5} = \dfrac{100 \times 12}{5} = 240\text{ L}$

$\Rightarrow$ 240 respirations $\Rightarrow \boxed{\Delta t = \dfrac{240}{15} = 16\text{ min} \quad \text{Réponse C}}$

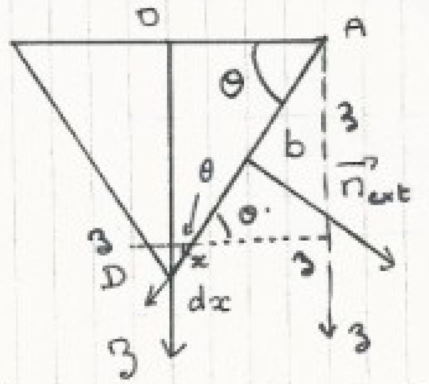
3. Résultante des forces de pression

Le récipient ci-dessous contient un liquide incompressible de masse volumique µ. Déterminer la résultante des forces de pression sur la face ABCD due au liquide et à l'air.



Rep: $F_{tot} = \frac{1}{2}\mu g a b^2 \sin\theta$

Solution :



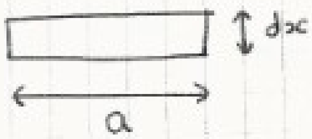
Dans le liquide $P = P_0 + \rho g z$

$z_{max} = b \sin\theta$

$z = x \sin\theta$

$\sin\theta = \frac{z}{x}$.

On découpe la surface ABCD en tranches de hauteur dx et de largeur a



$$\overrightarrow{dF_{liq}} = P(x) \times dS\, \overrightarrow{n_{ext}}$$

$$= (P_0 + \rho g x \sin\theta)\, a\, dx\, \overrightarrow{n_{ext}}$$

$$\overrightarrow{F_{liq}} = \int \overrightarrow{dF_{liq}} = \int_0^b (P_0 + \rho g x \sin\theta)\, a\, dx\, \overrightarrow{n_{ext}}$$

$$= \left[P_0 x + \frac{1}{2}\rho g x^2 \sin\theta \right]_0^b a \quad = a\left(P_0 b + \frac{1}{2}\rho g b^2 \sin\theta \right) \overrightarrow{n_{ext}}$$

$$\overrightarrow{F_{air}} = -P_0\, \overrightarrow{n_{ext}}\, ab$$

$$\Rightarrow \boxed{\overrightarrow{F_{liq}} + \overrightarrow{F_{air}} = \frac{1}{2}\rho g a b^2 \sin\theta\, \overrightarrow{n_{ext}}}$$