Bilans macroscopiques

Compétences

- ❏ Définir un système fermé approprié pour réaliser un bilan de grandeur extensive.
- ❏ Exprimer les principes de la thermodynamique pour un écoulement stationnaire sous la forme.
- ❏ Étudier des propriétés des machines thermodynamiques réelles à l'aide de diagrammes pression-enthalpie massique.
- ❏ Utiliser le modèle de l'écoulement parfait pour un écoulement à haut Reynolds en dehors de la couche limite.
- ❏ Citer et appliquer la relation de Bernoulli à un écoulement parfait, stationnaire, incompressible et homogène.
- ❏ Décrire l'effet Venturi.
- ❏ Effectuer un bilan d'énergie sur une installation industrielle.
- ❏ Utiliser le fait admis que la puissance des actions intérieures est nulle pour un écoulement parfait et incompressible.
- ❏ Effectuer l'inventaire des forces extérieures.
- ❏ Effectuer un bilan de quantité de mouvement.
- ❏ Effectuer un bilan de moment cinétique.

Questions de cours des interrogations orales

- ❏ Démontrer le premier principe industriel puis en déduire une formulation faisant apparaitre des puissances.
- ❏ Établir le second principe de la thermodynamique pour un système ouvert en écoulement unidimentionnel et stationnaire.
- ❏ Établir la relation de Bernoulli. Note : $u_e = u_s$ est admis jusqu'au chapitre « Second principe appliqué aux transformations chimiques ».
- ❏ Traiter l'exemple de la fusée : exprimer la vitesse ne fonction du temps, du débit massique et de la vitesse d'éjection des gaz en sortie de tuyère.

Entrainements

❏ 27.1 ❏ 27.2 ❏ 27.3 ❏ 27.4 ❏ 27.5 ❏ 27.6 ❏ 27.7 ❏ 27.8 ❏ 27.9 ❏ 27.10
❏ 27.11 ❏ 27.12 ❏ 27.13 ❏ 27.14 ❏ 27.15

Exercices

❏ Exercice 1 ❏ Exercice 2 ❏ Exercice 3 ❏ Exercice 4 ❏ Exercice 5 ❏ Exercice 6
❏ Exercice 7 ❏ Exercice 8

Devoirs maison

❏ DM 1 ❏ DM 2

Résumé du cours

1. Du système ouvert au système fermé

1.1. Système ouvert

Un système ouvert est un système échangeant de la matière avec l'extérieur.

Exemple

Un lac, la mer, la vapeur d'eau dans une machine à vapeur ...

Le **volume de contrôle** est le volume occupé par un système ouvert. La **surface de contrôle** est la surface qui délimite le volume de contrôle.

La plupart des théorèmes de physique connus ne s'appliquent pas aux systèmes ouverts.

1.2. Système fermé

Un système fermé est un système n'échangeant pas de matière avec l'extérieur.

Exemple

TRC, TMC, TEC, TEM, TPC, 1er et 2nd principes, ne s'appliquent qu'à des systèmes fermés.

Exemple

Une solution dans un bécher, l'eau dans le circuit primaire d'une centrale nucléaire, ...

1.3. Système fermé à partir du système ouvert

Lorsqu'un système ouvert est traversé par un écoulement unidimensionnel, il est possible de définir un système fermé.

Schéma : Système fermé à partir du système ouvert

Masses rentrante et sortante ♥ ✍[1]

Hypothèses :

- *L'écoulement est unidimensionnel.*
- *L'écoulement est stationnaire.*

$$\delta m_1 = \delta m_2$$

Avec

- δm_1 la masse rentrant dans le système ouvert entre t et $t + \mathrm{d}t$ (kg)
- δm_2 la masse sortant du système ouvert entre t et $t + \mathrm{d}t$ (kg)

[1]Le premier principe de la thermodynamique sur un système ouvert en écoulement stationnaire est aussi appelé premier principe industriel.

2. Thermodynamique sur des systèmes ouverts

2.1. Premier principe de la thermodynamique pour un système ouvert en écoulement stationnaire[1]

Premier principe industriel ♥ ✍[2]

Hypothèses :
- *L'écoulement est unidimensionnel.*
- *L'écoulement est stationnaire.*
- *Le système ouvert est immobile et indéformable.*

$$\Delta\left(h + e_c + e_p\right) = w_u + q$$

Avec
- Δ la différence entre la sortie et l'entrée
- h l'enthalpie massique ($\mathrm{J\,kg^{-1}}$)
- e_c l'énergie cinétique massique ($\mathrm{J\,kg^{-1}}$)
- e_p l'énergie potentielle massique ($\mathrm{J\,kg^{-1}}$)
- w_u le travail utile massique reçu par le système ouvert ($\mathrm{J\,kg^{-1}}$)
- q la chaleur massique reçue par le système ouvert ($\mathrm{J\,kg^{-1}}$)

Pour les applications industrielles, il est souvent plus pratique de travailler avec des relations sur les puissances.

Premier principe industriel en termes de puissance ♥ ✍[3]

Hypothèses :
- *L'écoulement est unidimensionnel.*
- *L'écoulement est stationnaire.*
- *Le système ouvert est immobile et indéformable.*

$$D_m \Delta\left(h + e_c + e_p\right) = P_u + P_{\text{th}}$$

Avec
- D_m le débit massique ($\mathrm{kg\,s^{-1}}$)
- Δ la différence entre la sortie et l'entrée
- h l'enthalpie massique ($\mathrm{J\,kg^{-1}}$)
- e_c l'énergie cinétique massique ($\mathrm{J\,kg^{-1}}$)
- e_p l'énergie potentielle massique ($\mathrm{J\,kg^{-1}}$)
- P_u la puissance utile reçue par le système ouvert (W)
- P_{th} la puissance thermique reçue par le système ouvert (W)

Application ✍[4]

Un panneau solaire thermique reçoit une puissance de $1\,026\,\mathrm{W}$ et est parcouru par de l'eau avec un débit $60\,\mathrm{L\,h^{-1}}$. L'eau (de capacité thermique massique $c = 4.18 \cdot 10^3\,\mathrm{J\,K^{-1}\,kg^{-1}}$) rentre avec une température $35\,°\mathrm{C}$ et circule lentement et horizontalement dans le panneau. Avec quelle température sort-elle du panneau ?

2.2. Second principe de la thermodynamique

Second principe de la thermodynamique pour un système ouvert en écoulement stationnaire ♥ ✍[5]

Hypothèses :
- *L'écoulement est unidimensionnel.*
- *L'écoulement est stationnaire.*
- *Le système ouvert est immobile et indéformable.*

$$\Delta(s) = s_e + s_c$$

Avec
- Δ la différence entre la sortie et l'entrée
- s l'entropie massique ($\mathrm{J\,K^{-1}\,kg^{-1}}$)
- s_e l'entropie massique échangée avec l'extérieur ($\mathrm{J\,K^{-1}\,kg^{-1}}$)
- s_c l'entropie massique créée à l'intérieur du système ouvert ($\mathrm{J\,K^{-1}\,kg^{-1}}$)

3. Conservation de l'énergie dans un écoulement parfait

3.1. Le modèle de l'écoulement parfait

Un écoulement parfait est un écoulement dans lequel il n'existe aucun phénomène de diffusion (thermique, de quantité de mouvement, …).

Dans un écoulement parfait, l'évolution d'une particule de fluide est adiabatique, réversible. Dans un écoulement parfait, les particules de fluides ne sont soumises à aucune force de viscosité.

Le modèle de l'écoulement parfait donne des résultats conformes à l'expérience lorsque le nombre de Reynolds est grand et hors de la couche limite.

Écoulement parfait et incompressible ♥

Hypothèses :
- *L'écoulement est parfait.*
- *L'écoulement est incompressible.*

La puissance des actions intérieures est nulle.

Avec

3.2. Relation de Bernoulli

Relation de Bernoulli ♥ ✍[6]

Hypothèses :
- *L'écoulement est parfait.*
- *L'écoulement est stationnaire.*
- *L'écoulement est incompressible.*
- *L'écoulement est homogène.*

La quantité $P + \mu g z + \frac{1}{2}\mu v^2$ est constante le long de chaque ligne de courant.

Avec
- P la pression (Pa)
- μ la masse volumique ($\mathrm{kg\,m^{-3}}$)
- g l'accélération de la pesanteur ($\mathrm{m\,s^{-2}}$)
- z l'altitude (axe ascendant) (m)
- v le champ de vitesse ($\mathrm{m\,s^{-1}}$)

La relation de Bernoulli traduit la conservation de l'énergie mécanique volumique.

Application ✍[7]

Une bassine de 20 cm de haut et remplie d'eau est percée d'un trou de 1 cm de diamètre. L'écoulement est supposé parfait, stationnaire, incompressible et homogène. Quel est le débit d'eau passant par le trou ?

3.3. Effet Venturi

Dans un écoulement horizontal, une augmentation de la vitesse s'accompagne d'une diminution de la pression. Cet effet s'appelle effet Venturi.

Application ✍[8]

Relier la différence de pression au débit pour un débimètre de Venturi.

Schéma

Application ✍9

Relier la différence de pression à la vitesse de l'écoulement pour un tube de Pitot.

Schéma

4. Mécanique sur des systèmes ouverts

4.1. Bilan de quantité de mouvement

La quantité de mouvement est une grandeur conservative. Une force est un débit de quantité de mouvement d'un système vers un autre.

Il est possible de faire des bilans de quantités de mouvement en écrivant le principe fondamental de la dynamique comme une variation de quantité de mouvement.

Formulation du PDF en tant que conservation de quantité de mouvement ♥ ✍10

Hypothèses :
- *Le système est fermé.*
- *Le référentiel est galiléen.*

$$\vec{p}(t+\mathrm{d}t) - \vec{p}(t) = \sum \vec{F}_{\text{ext}}\,\mathrm{d}t$$

Avec
- $\vec{p}$ la quantité de mouvement du système (s^{-1})
- $\vec{F}_{\text{ext}}$ les forces extérieures appliquées au système (N)

Application ✍11

La fusée Ariane se propulse en éjectant des gaz vers le bas avec un débit de $250\,\mathrm{kg\,s^{-1}}$ et une vitesse de $4\,000\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. Ariane pèse $750\,\mathrm{t}$ dont $620\,\mathrm{t}$ de carburant. Déterminer la vitesse de la fusée au cours du temps en supposant qu'elle part avec une vitesse nulle au décollage.

4.2. Bilan de moment cinétique

Le moment cinétique est une grandeur conservative. Le moment d'une force est un débit de moment cinétique d'un système vers un autre.

Il est possible de faire des bilans de moment cinétique en écrivant le théorème du moment cinétique comme une variation de moment cinétique.

Formulation du TMC en tant que conservation du moment cinétique ♥ ✍12

Hypothèses :
- *Le système est fermé.*
- *Le référentiel est galiléen.*

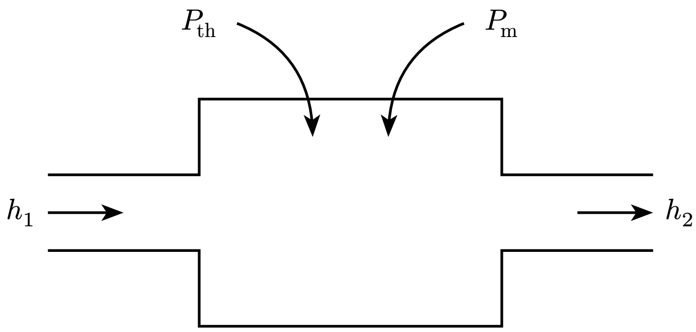
$$\vec{L}_{O(t+\mathrm{d}t)} - \vec{L}_{O(t)} = \sum \overrightarrow{M}_{O\left(\vec{F}\right)_{\text{ext}}}\,\mathrm{d}t$$

Avec
- $\vec{L}_O$ le moment cinétique par rapport au point O ($^2\,\mathrm{s}^{-1}$)
- $\overrightarrow{M}_{O\left(\vec{F}\right)_{\text{ext}}}$ le moment des forces extérieures par rapport au point O ( )
- O un point fixe (m)

Exercices

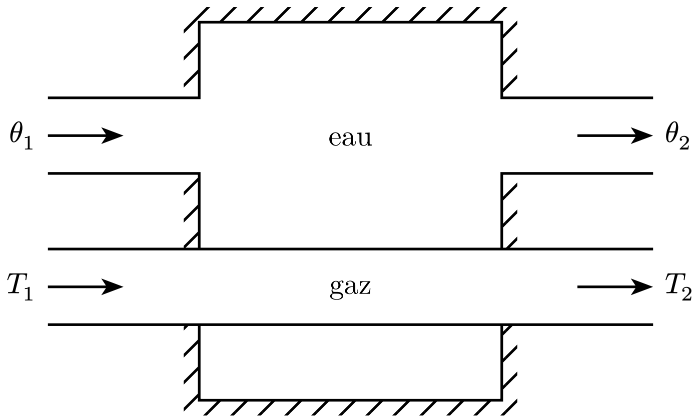
1. Échangeur thermique à contre-courant

On considère une machine thermique ouverte dans laquelle circule lentement et horizontalement un fluide en régime stationnaire avec le débit massique D. Il y reçoit les puissances thermique P_{th} et mécanique P_{m}.



1/ À l'aide du premier principe de la thermodynamique, établir un lien entre ces deux puissances, D et les enthalpies massiques du fluide en entrée et en sortie.

On considère maintenant un échangeur thermique isobare et adiabatique. Dans le tuyau circule un gaz, supposé parfait, de coefficient $\gamma = \frac{7}{5}$, et de masse molaire $M = 29\,\text{g}\,\text{mol}^{-1}$. Il entre à $T_1 = 520\,\text{K}$ et ressort à $T_2 = 300\,\text{K}$. Le fluide réfrigérant est de l'eau, de capacité thermique massique $c = 4.18\,\text{kJ}\,\text{kg}^{-1}\,\text{K}^{-1}$, entrant à $\theta_1 = 12\,°\text{C}$ et sortant à θ_2. Le régime est stationnaire de débit $D_g = 1.0\,\text{kg}\,\text{s}^{-1}$ pour le gaz et $D_e = 4.0\,\text{kg}\,\text{s}^{-1}$ pour l'eau.



2/ Exprimer puis calculer θ_2.

3/ Exprimer le taux de création d'entropie $\frac{\delta S_c}{dt}$ en fonction de la différence d'entropie massique entre la sortie et l'entrée pour l'eau $s_{2,e} - s_{1,e}$ et de gaz $s_{2,g} - s_{1,g}$ et des débits massiques.

4/ En utilisant l'identité thermodynamique $\mathrm{d}H = T\,\mathrm{d}S + V\,\mathrm{d}P$, montrer que $s_{2,e} - s_{1,e} = c\ln\left(\frac{\theta_2}{\theta_1}\right)$ et que $s_{2,g} - s_{1,g} = \frac{\gamma R}{M(\gamma-1)}\ln\frac{T_2}{T_1}$. Calculer leur valeur.

5/ Quel est le signe de $\frac{\delta S_C}{\mathrm{d}t}$? Est-ce conforme avec le second principe de la thermodynamique ?

2. Chauffe-eau électrique instantané

Cet exercice est un problème ouvert. Il nécessite de prendre des initiatives et de faire des choix dans la modélisation. Des approximations et des estimations sont souvent nécessaires pour arriver à une solution.

Les chauffes-eaux électriques instantanés permettent de chauffer l'eau à la demande, sans réservoir de stockage.

Le chauffe-eau ci-dessous peut soutirer une puissance électrique maximale de 4.4 kW.

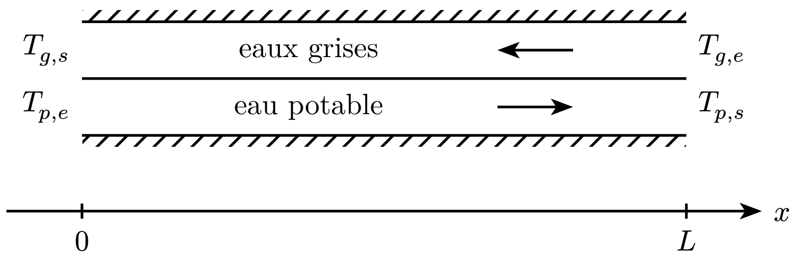
Le débit d'eau dans une douche est typiquement compris entre $12\,\mathrm{L\,min^{-1}}$ et $20\,\mathrm{L\,min^{-1}}$.

La capacité thermique maintenant de l'eau est $c_p = 4.18\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}\,K^{-1}}$.

Ce chauffe-eau est-il adapté pour une douche ?

3. Récupérateur de chaleur sur eaux grises

Les eaux usées issues d'une douche ou d'un bain contiennent une quantité importante de chaleur qui est généralement perdue dans les canalisations d'évacuation. Un récupérateur de chaleur sur eaux grises permet de récupérer une partie de cette chaleur pour préchauffer l'eau froide entrant dans le chauffe-eau, réduisant ainsi la consommation énergétique globale.



L'eau potable circule à contre-courant des eaux grises dans un échangeur thermique. On note $T_{p,e}$ et $T_{p,s}$ les températures d'entrée et de sortie de l'eau potable, et $T_{g,e}$ et $T_{g,s}$ celles des eaux grises. On suppose que les débits massiques sont constants et notés D_p pour l'eau potable et D_g pour les eaux grises. On note également c la capacité thermique massique de l'eau.

L'échangeur est horizontal, son extérieur est calorifugé et on suppose l'eau incompressible.

La largeur de la conduite, dans sa dimension n'apparaissant pas sur le schéma, est notée l. Sa longueur est L. On note e l'épaisseur des parois (constituée essentiellement de béton) de l'échangeur, et λ la conductivité thermique du matériau constituant l'échangeur.

1/ En effectuant un bilan d'énergie sur une section élémentaire dx de l'échangeur, montrer que les températures $T_{p(x)}$ et $T_{g(x)}$ de l'eau potable et des eaux grises vérifient le système d'équations différentielles suivant :

$$\begin{cases} D_p c \frac{\mathrm{d}T_p}{\mathrm{d}x} = \frac{\delta P_x}{\mathrm{d}x} \\ D_g c \frac{\mathrm{d}T_g}{\mathrm{d}x} = \frac{\delta P_x}{\mathrm{d}x} \end{cases}$$

où δP_x est la puissance fournie par les eaux grises à l'eau potable sur la section $\mathrm{d}x$.

On souhaite exprimer δP_x en fonction des températures $T_{p(x)}$ et $T_{g(x)}$. A chaque interface solide/liquide, la loi de Newton donne lieu à une résistance thermique $\frac{1}{h\,\mathrm{d}S}$.

2/ Exprimer la résistance thermique totale entre les deux fluides sur la section $\mathrm{d}x$ en fonction de h, $\mathrm{d}S$, de la conductivité thermique λ du matériau constituant l'échangeur et de son épaisseur e. En déduire l'expression de δP_x en fonction de $T_{p(x)}$, $T_{g(x)}$, $\mathrm{d}S$ et de $K = \frac{l}{\frac{2}{h}+\frac{e}{\lambda}}$.

3/ Mettre le problème sous la forme d'un problème d'Euler portant sur $\vec{Y} = \begin{pmatrix} T_g \\ T_p \end{pmatrix}$.

4/ Compléter le code suivant.

```
h = 20 # W/m²/K
l = 20e-2 # m
L = 100 # m
e = 5e-2 # m
conductivité = ... # W/m/K
K = l/(2/h + e/conductivité)
Dg = 1e-2 # kg/s
Dp = 1.2e-2 # kg/s
c = 4180 # J/kg/K

def dYdx(x,Y): # si Y = [Tg, Tp], la fonction retourne [dTg/dx, dTp/dx]
    ...
```

5/ On suppose que l'eau potable entre à 10 °C et que les eaux grises entrent à 25 °C. Compléter la fonction suivante qui doit renvoyer [0,0] lorsque les conditions aux limites sont satisfaites.

```
def conditionsLimites(Y0, YL): # Si Y0 = [Tg(0), Tp(0)] et YL = [Tg(L), Tp(L)], la fonction retourne
                               # [0,0] si et seulement si les conditions aux limites sont vérifiées.
        ...
```

Pour résoudre le problème, on utilise la fonction `solve_bvp` de la bibliothèque `scipy.integrate` :

```
import numpy as np
from scipy.integrate import solve_bvp
x = np.linspace(0, L, 100) # points d'évaluation
solution = solve_bvp(dYdx, conditionsLimites, x, np.array([[25]*100, [10]*100])) # résolution numérique
# extraction des grandeurs recherchées
x = solution.x
Tg = solution.y[0]
Tp = solution.y[1]
```

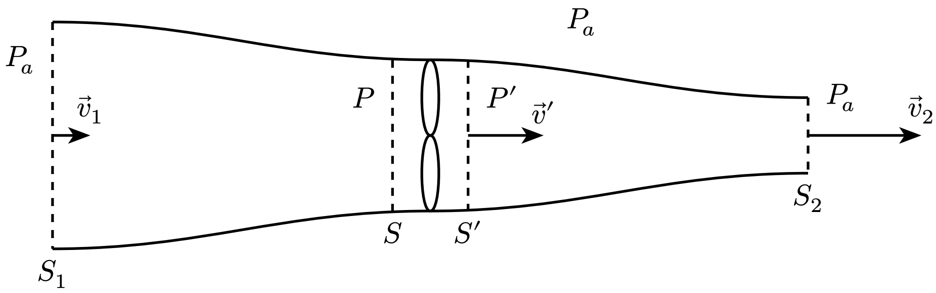
6/ Tracer les profils de température $T_{p(x)}$ et $T_{g(x)}$ le long de l'échangeur.

7/ Quelle énergie ce système permet-il d'économiser sur une journée de fonctionnement, par rapport à un système sans récupérateur de chaleur ? Cette énergie sera exprimée en J puis en kW h

4. Fonctionnement d'une hélice

Une hélice animée d'un mouvement de rotation uniforme autour de l'axe (Ox) est plongée dans un fluide parfait et homogène, de masse volumique ρ. L'étude est faite dans le référentiel galiléen $\mathcal{R}$ lié à l'axe de l'hélice. Dans ce référentiel, l'écoulement est stationnaire et incompressible. On néglige l'influence de la pesanteur.

On considère un tube de courant possédant la symétrie de révolution autour de l'axe (Ox) et s'appuyant sur les pales de l'hélice. À partir de ce tube de courant, on définit la surface fermée constituée de la surface latérale du tube de courant, S_{lat} et des sections droites S_1 en amont et S_2 en aval. La pression à l'extérieur de ce tube de courant est uniforme et égale à P_a.



Sur la surface S_1, la vitesse est uniforme et égale à $v_1\vec{e}_x$, sur S_2, elle vaut $v_2\vec{e}_x$.

Au voisinage de l'hélice, on considère deux sections S et S' d'aire identique :
- en amont, sur S, la vitesse est $v\vec{e}_x$ et la pression est P
- en aval, sur S', la vitesse est $v'\vec{e}_x$ et la pression est P'

Entre S et S', l'écoulement est perturbé, il existe une discontinuité de pression de part et d'autre de l'hélice.

1/ En utilisant le théorème de Bernoulli, exprimer la pression P en fonction de P_a, ρ, v_1 et v. Faire de même pour P' en fonction de P_a, ρ, v_2 et v'.

2/ On note $\vec{F}$ la résultante des forces exercées par l'hélice sur le fluide. En appliquant le théorème de la résultante cinétique sur un système bien choisi, exprimer $\vec{F}$ en fonction de S, P et P', puis en fonction de ρ, S, v_1 et v_2.

3/ En effectuant un bilan de quantité de mouvement cette fois-ci sur le volume compris entre S_1 et S_2, établir l'expression de $\vec{F}$ en fonction de S, ρ, v, v_1 et v_2.

4/ En égalisant les expressions obtenues dans les deux questions précédentes, donner une relation simple entre v, v_1 et v_2.

5/ En appliquant le théorème de la puissance cinétique à un système fermé construit à partir du système ouvert délimité par S_1 et S_2, déterminer la puissance $\mathcal{P}$ fournie par l'hélice au fluide. Donner le résultat en fonction du débit massique D_m, v_1 et v_2 puis en fonction de $\vec{F}$ et $\vec{v}$.

6/ Si $v_2 > v_1$, commenter le signe de $\mathcal{P}$ et justifier l'allure du tube de courant représenté sur le schéma.

5. 🤔 Vidange d'une cuve

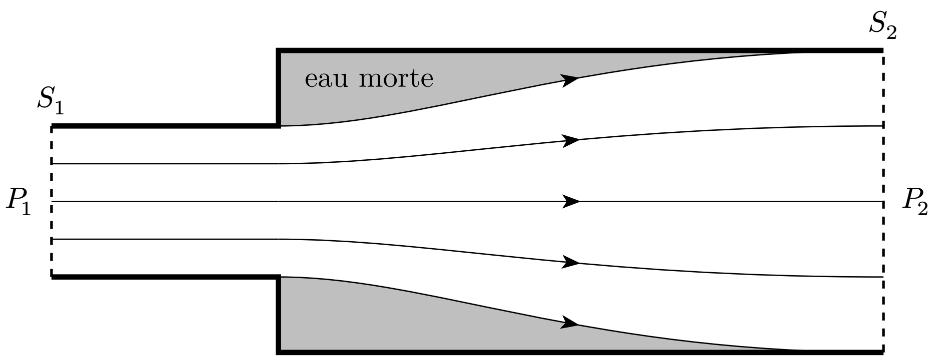
Cet exercice est un problème ouvert. Il nécessite de prendre des initiatives et de faire des choix dans la modélisation. Des approximations et des estimations sont souvent nécessaires pour arriver à une solution.

Un agriculteur souhaite vidanger une cuve cubique d'un mètre cube remplie d'eau par un robinet situé en bas.

Combien de temps doit-il prévoir ?

6. Perte de charge dans un élargissement brusque ⋆

On s'intéresse à une conduite présentant un élargissement brutal, comme le montre la figure ci-dessous. L'écoulement est homogène, incompressible et le régime est stationnaire.



On suppose l'écoulement turbulent. Les lignes de courant représentées sont des courbes moyennes. Pour simplifier les calcules, on considère le champ de vitesse uniforme dans le section d'entrée S_1.

Bien que le changement de section soit brutal, la section effective de l'écoulement varie lentement. Expérimentalement, on observe que l'écoulement devient quasiment uniforme au delà d'une distance d'environ vingt fois le diamètre d_2 de la grande section.

On note $\vec{v}_1$ la vitesse en amont de l'écoulement et $\vec{v}_2$ la vitesse en aval.

La zone d'« eau morte » symbolisée sur le schéma par une zone grise est une zone de recirculation où il y a dissipation d'énergie mécanique. C'est elle qui est responsable de la perte de charge. La norme du champ des vitesses y est partout assez faible par rapport aux valeurs prises dans l'écoulement proprement dit. L'eau y est au repos sur une large épaisseur au contact des parois.

On néglige l'influence de la gravité.

1/ Expliquer pourquoi la pression vaut P_1 dans la partie gauche de la zone d'eau morte, au contact de l'élargissement vertical.

2/ Au moyen d'un bilan de quantité de mouvement sur un système fermé bien choisi, exprimer la chute de pression $P_1 - P_2$ entre l'amont et l'aval en fonction de μ, v_1 et des sections.

3/ En déduire le coefficient de perte de charge singulière ζ défini par $P_2 - P_1 = \zeta \frac{1}{2} \mu v_1^2$. Effectuer l'application numérique pour $S_2 = 2S_1$.

7. Lance incendie

Cet exercice est un problème ouvert. Il nécessite de prendre des initiatives et de faire des choix dans la modélisation. Des approximations et des estimations sont souvent nécessaires pour arriver à une solution.

Les lances incendie sont utilisées pour projeter de l'eau à haute vitesse afin d'éteindre les incendies. Elles sont souvent connectées à des hydrants ou des camions de pompiers. Leur débit peut atteindre plusieurs centaines de litres par minute et générer une poussée importante.

https://www.youtube.com/shorts/LPro3gg9WgM

Le coefficient de frottement statique solide tissus/béton est approximativement $f = 0.5$.

Estimer un ordre de grandeur de la vitesse de l'eau en sortie de lance.

8. J'explique à ma grand-mère : Propulseur improvisé

Le but de cet exercice est de vous faire expliquer un concept/phénomène avec des mots simples et courants (pas de vocabulaire technique ou scientifique) à une personne de votre entourage. Tachez de faire simple et court, utilisez des analogies avec des choses connues. Vous pouvez vous inspirer de Ma thèse en 180 secondes. Profitez-en pour prendre des nouvelles !

Dans le film Gravity, l'astronaute Ryan Stone utilise un extincteur pour se propulser dans l'espace.

https://youtu.be/y4isfJNtK98?si=RGqaTpYWN0pS
47rK&t=73

Comment l'extincteur permet-il à Ryan Stone de se déplacer ?