

# Colle de mathématiques

Cette semaine, la colle doit se mettre sur la forme :

1. **Question de cours** sur :

- (a) Définition d'une somme d'une famille finie de sous espaces vectoriels, structure d'espace vectoriel.
- (b) Somme directe : définition et comment montrer qu'une somme est directe, ou qu'elle ne l'est pas, **La somme de sous espaces propres associés à des valeurs propres distinctes est directe.**
- (c) Sous espaces supplémentaires.
- (d) Cas où  $E$  est de dimension finie : Caractérisation des sommes directes et de sous espaces supplémentaires par la dimension .
- (e) Base d'un espace adaptée à une décomposition en somme directe ou à un sous espace vectoriel.

2. **Exercice 1** : ramener votre copie du DS 3 et le colleur vous referra faire une ou plusieurs questions. Je vous demande donc de bien travailler la correction.

3. **Exercice 2** : Nature d'une intégrale impropre.

4. **Exercice 3** : exercice sur les polynômes matriciels ou d'endomorphismes : ce qui est en gras doit savoir être redémontré (question possible dans l'exercice).

- (a) Définition, règles de calculs.
- (b) Polynôme Annulateur : définition, **Soit  $\lambda$  une valeur propre de  $u \in \mathcal{L}(E)$  associée à un vecteur propre  $x$ ,  $P$  un polynôme. Alors  $P(\lambda)$  est une valeur propre de  $P(u)$  associé au vecteur propre  $x$ . Si  $P$  est un polynôme annulateur de  $u$ , alors**

$$Sp_{\mathbb{K}}(u) \subset \{\lambda \in \mathbb{K} / P(\lambda) = 0\}$$

- (c) Déterminer puissances d'un endo. ou matrice à partir d'un polynôme annulateur.
- (d) Théorème de Cayley Hamilton.