Colle de **mathématiques**

MEILLEURS VŒUX À TOUS POUR 2024 !

Cette semaine, la colle doit se mettre sur la forme :

1. **Question de cours** Énoncé d'une définition ou d'une propriété ou théorème, ou démonstration d'un point en gras :

2. Deux exercices sur le chapitre Suites et Séries de fonctions

1 Suites et Séries de fonctions

1. Convergence Simple d'une suite de fonctions, d'une série de fonctions : bien connaître les définitions et la méthode pour étudier une convergence simple.
2. Convergence Uniforme d'une suite de fonctions, d'une série de fonctions : bien connaître les définitions et la méthode pour étudier une convergence uniforme, en particulier quand il s'agit d'une série alternée. Se souvenir comment majorer la norme infinie du reste qui est le plus petit majorant du reste. Connaître la propriété qui permet de montrer qu'on n'a pas convergence uniforme en trouvant une suite $(x_n)_n$ telle que $(f_n(x_n) - f(x_n))_n$ ne converge pas vers 0.
3. Convergence normale d'une série de fonctions.
4. Théorème de continuité d'une fonction limite ou d'une somme d'une série de fonctions .
   (a) **Savoir montrer que les fonctions Zêta et mu sont continues sur leur domaine de définition**.
   (b) **Savoir l'utiliser par l'absurde pour montrer qu'il n'y a pas de convergence uniforme**

   .
5. Théorème de double limite.
   Savoir l'utiliser pour montrer que $\displaystyle\sum_{n\geq 1} \frac{1}{n^x}$ **ne converge pas uniformément sur** $]1, +\infty[$.
6. (a) **démo de Théorème d'intégration sur un segment**.
   (b) **Savoir démontrer que** $\forall x \in]-1, 1], \arctan(x) = \displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$.
7. (a) Théorème de dérivation pour les suites et séries de fonctions.
   (b) Généralisation à une classe C^k.
   (c) **savoir montrer que** $\zeta : x \mapsto \displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^x}$ **est** C^1 **sur** $]1, +\infty[$
8. Théorème de convergence dominée.
9. Théorème d'intégration terme à terme d'une série de fonctions.