

# Colle de mathématiques

Cette semaine, la colle doit se mettre sur la forme :

1. **Question de cours** Deux énoncés de théorèmes parmi les suivants :
  - (a) Théorème de continuité d'une somme d'une série de fonctions .
  - (b) Théorème de double limite.
  - (c) Théorème d'intégration sur un segment.
  - (d) Théorème de dérivation pour les suites et séries de fonctions.
  - (e) Théorème de convergence dominée.
  - (f) Théorème d'intégration terme à terme d'une série de fonctions.
  - (g) Généralisation à une classe  $C^k$ .
2. Un exercice utilisant le théorème de convergence dominée ou le Théorème d'intégration terme à terme d'une série de fonctions.
3. Un exercice sur le chapitre Espaces probabilisés.

## 1 Probabilités -Variables aléatoires discrètes-Loi d'une variable aléatoire.

1. Ensembles dénombrables et familles sommables :
  - (a) définition d'un ensemble dénombrable, au plus dénombrable, les propriétés à connaître sont :
    - Toute partie d'un ensemble au plus dénombrable est au plus dénombrable.
    - Si  $E$  est un ensemble dénombrable, alors toute partie infinie de  $E$  est aussi dénombrable.
    - Toute réunion finie d'ensembles au plus dénombrables est au plus dénombrable.
    - Le produit cartésien de deux ensembles dénombrables est dénombrable.
    - $\mathbb{Q}, \mathbb{Z}$  sont dénombrables,  $\mathbb{R}$  n'est pas dénombrables car il existe des parties non dénombrables.
2. Probabilité :
  - (a) Le vocabulaire autour des probas ; Univers,tribu, Événements, événement certain, impossible, élémentaire, contraires, définition d'un système complet d'événements, *savoir traduire les événements en réunion , intersection d'autres événements ou leurs contraires*
  - (b) Probabilité : Définition et les propriétés usuelles.
  - (c) Propriété de continuité monotone.
  - (d) Probabilité conditionnelle : événements indépendants
  - (e) Démonstration des Formules des proba. composées, de Bayes, totales.
  - (f) Indépendance de deux événements , d'une famille d'événements et indépendance mutuelle.