

# Colle de mathématiques

La colle doit se présenter sous la forme suivante :

1. Une question de cours sur un développement en série entière usuel : ils sont tous à connaître par cœur mais vous devez savoir retrouver ceux de  $\cos$ ,  $\sin$ ,  $sh$ ,  $ch$ ,  $(1+x)^\alpha$ ,  $\ln(1 \pm x)$ ,  $\arctan$ ,  $\arcsin$ ,  $\arccos$ , ceux de  $\frac{1}{\sqrt{1 \pm x}}$ ,  $\sqrt{1 \pm x}$  à partir de celui de  $(1+x)^\alpha$  et en utilisant la technique de Wallis pour mettre les coefficients en factoriel
2. un exercice sur les séries entières.
3. un exercice déterminant la loi de proba d'une variable aléatoire discrète.

## 1 Séries entières

Les acquis doivent être :

1. savoir reconnaître une série entière.
2. déterminer le rayon de convergence soit par la règle de D'Alembert, soit par comparaison à un rayon de convergence d'une autre série entière . On n'utilise pas le lemme d'Abel.
3. connaître la nature de la série entière à l'intérieur et l'extérieur du disque (ou intervalle) ouvert de convergence.
4. Convergence normale sur tout segment de  $] -R, R[$ , continuité, classe  $C^\infty$  de la somme d'une série entière, unicité des coefficients d'une série entière.
5. Comment montrer qu'une fonction est  $C^\infty$  en utilisant la somme d'une série entière : (Exemple :  $x \mapsto \frac{e^x - 1}{x}$  se prolonge en une fonction  $C^\infty$  sur  $\mathbb{R}$ ).
6. Fonction développable en une série entière, les développements usuels, **méthode de l'équation différentielle**.

## 2 Variables aléatoires discrètes

Les acquis doivent être :

1. savoir ce que signifie une variable aléatoire discrète.
2. Opérations sur les variables aléatoires discrètes.
3. Déterminer la Loi de probabilité d'une variable discrète : Pour cela on procède de la manière suivante :
  - (a) On détermine  $X(\Omega)$  (c'est-à-dire toutes les issues possibles) . Il faut qu'il soit sous la forme  $\{x_i / i \in I\}$ .
  - (b) Pour chaque issue  $x_i$  de  $X(\Omega)$ , je détermine  $P(X = x_i)$  : pour cela je mets l'événement  $(X = x_i)$  sous forme de réunion, intersection, contraire d'événements plus élémentaires dont je connais la proba, et j'utilise les formules de probas vues dans le chap : espaces probabilisés.
  - (c) Lois usuelles : uniforme, de Bernoulli, binomiale, géométrique, de Poisson : connaître le modèle et la loi.