

Colle de mathématiques

La colle doit se présenter sous la forme suivante :

1. Une question de cours sur un développement en série entière usuel : ils sont tous à connaître par cœur mais vous devez savoir retrouver ceux de \cos , \sin , sh , ch , $(1+x)^\alpha$, $\ln(1 \pm x)$, \arctan , \arcsin , \arccos , ceux de $\frac{1}{\sqrt{1 \pm x}}$, $\sqrt{1 \pm x}$ à partir de celui de $(1+x)^\alpha$ et en utilisant la technique de Wallis pour mettre les coefficients en factoriel
2. un exercice sur les séries entières.
3. un exercice déterminant la loi de proba d'une variable aléatoire discrète.

1 Séries entières

Les acquis doivent être :

1. savoir reconnaître une série entière.
2. déterminer le rayon de convergence soit par la règle de D'Alembert, soit par comparaison à un rayon de convergence d'une autre série entière. On n'utilise pas le lemme d'Abel.
3. connaître la nature de la série entière à l'intérieur et l'extérieur du disque (ou intervalle) ouvert de convergence.
4. Convergence normale sur tout segment de $] -R, R[$, continuité, classe C^∞ de la somme d'une série entière, unicité des coefficients d'une série entière.
5. Comment montrer qu'une fonction est C^∞ en utilisant la somme d'une série entière : (Exemple : $x \mapsto \frac{e^x - 1}{x}$ se prolonge en une fonction C^∞ sur \mathbb{R}).
6. Fonction développable en une série entière, les développements usuels, **méthode de l'équation différentielle**.

2 Variables aléatoires discrètes

Les acquis doivent être :

1. savoir ce que signifie une variable aléatoire discrète.
2. Opérations sur les variables aléatoires discrètes.
3. Déterminer la Loi de probabilité d'une variable discrète : Pour cela on procède de la manière suivante :
 - (a) On détermine $X(\Omega)$ (c'est-à-dire toutes les issues possibles) . Il faut qu'il soit sous la forme $\{x_i / i \in I\}$.
 - (b) Pour chaque issue x_i de $X(\Omega)$, je détermine $P(X = x_i)$: pour cela je mets l'événement $(X = x_i)$ sous forme de réunion, intersection, contraire d'événements plus élémentaires dont je connais la proba, et j'utilise les formules de probas vues dans le chap : espaces probabilisés.
 - (c) Lois usuelles : uniforme, de Bernoulli, binomiale, géométrique, de Poisson : connaître le modèle et la loi.