

Ultime programme de colles de PCSI

(semaines du 12/6 et du 19/6)

Règles

Le programme est donné pour deux semaines.

Un élève qui connaît son cours obtient une note supérieure ou égale à 10.

Un manque manifeste de travail conduit à une note inférieure ou égale à 9.

Certaines étapes de l'interrogation sont déclinées en deux colonnes : celle de gauche vise à renforcer l'acquisition du cours et des méthodes ; celle de droite à pousser davantage les élèves qui sont inscrits en « programme ★ ».

Plan de l'interrogation

1. Question de cours sur les espaces préhilbertiens

définition d'un produit scalaire et de la norme euclidienne, connaître les produits scalaires usuels ($\mathbb{R}^2$, $\mathbb{R}^3$, $\mathbb{R}^n$, $\mathcal{C}^0([a; b], \mathbb{R})$), savoir énoncer l'inégalité de Cauchy Schwarz, connaître l'intérêt d'avoir une base orthonormée (pour projeter orthogonalement, pour calculer des produits scalaires).

Idem plus la démonstration de Cauchy Schwarz, la preuve de l'existence de bases orthonormées dans les espaces euclidiens, que si $\mathcal{B} = (e_1, \dots, e_n)$ est une base orthonormée, la $i^{\text{è}}$ coordonnée du vecteur x dans $\mathcal{B}$ est $\langle x, e_i \rangle$.

2. Décider si une application $E \times E \rightarrow \mathbb{R}$ est un produit scalaire ou non.

3. Calculer un déterminant 3×3 ou 4×4 .

Idem, mais pour décider si une famille de vecteurs est une base ou si un endomorphisme est un automorphisme.

4. Exercice sur les applications linéaires et les matrices :

Objectif : changer de base en petite dimension.

Objectif : savoir changer de registres. Le déterminant peut éventuellement être utile.

5. Exercice au choix du colleur.