

Programme de colles 14 (11/1 - 15/1)

Cours

Pour chaque définition, il est important de bien comprendre le rôle des quantificateurs utilisés.

L'étudiant doit être en mesure de proposer des exemples (éventuellement à l'aide de figures) pour illustrer les définitions. La démonstration marquée de [★] ne sera demandée qu'aux élèves à l'aise.

- Dérivation des fonctions : nombre dérivé, équation réduite de la tangente en a lorsque f est dérivable en a , dérivée à gauche et à droite, fonctions de classe \mathcal{C}^n et de classe \mathcal{C}^∞ , recollement \mathcal{C}^1 . Applications de la dérivation : développement limité à l'ordre 1, étude des variations, recherche des extrema ; Théorèmes de Rolle, des Accroissements Finis, Inégalités des Accroissements Finis. (Il faut être en mesure de faire une figure pour illustrer ces trois derniers résultats).
- Ensembles finis et dénombrement : cardinal (noté \sharp), parties d'un ensemble, union, union disjointe, cardinal d'une union disjointe, cardinal d'une union, produit cartésien d'ensembles, nombre de parties d'un ensemble fini. p -listes, arrangements et combinaisons, nombre de p -arrangements d'un ensemble à n éléments, nombre de p -combinaisons d'un ensemble à n éléments.
- Démonstrations exigibles :
 - Si f et g sont dérivables en a avec $g(a) \neq 0$ alors $\frac{f}{g}$ l'est aussi et on a $\left(\frac{f}{g}\right)'(a) = \frac{f'g - fg'}{g^2}(a)$.
 - Théorème de Rolle.
 - Soit E un ensemble fini. $\sharp(\mathcal{P}(E)) = 2^{\sharp(E)}$.
 - Preuve combinatoire de la formule de Pascal.

Exercices

- a) Etudier la régularité d'une fonction définie par morceaux : continuité, dérivabilité.
- b) Calculer une limite.
- c) Décomposition des fractions rationnelles en éléments simples (l'intégration des éléments simples n'a pas encore été vue, elle peut être proposée mais de façon guidée).
- d) Questions du DS4 (disponible samedi midi sur le cahier de texte).