

Programme de colles 15 (18/1 - 22/1)

Cours

Pour chaque définition, il est important de bien comprendre le rôle des quantificateurs utilisés.

L'étudiant doit être en mesure de proposer des exemples (éventuellement à l'aide de figures) pour illustrer les définitions. La démonstration marquée de [★] ne sera demandée qu'aux élèves à l'aise.

- Dérivation des fonctions : Théorèmes de Rolle, des Accroissements Finis, Inégalités des Accroissements Finis. (Il faut être en mesure de faire une figure pour illustrer ces trois derniers résultats).
- Ensembles finis et dénombrement : cardinal (noté \sharp), parties d'un ensemble, union, union disjointe, cardinal d'une union disjointe, cardinal d'une union, produit cartésien d'ensembles, nombre de parties d'un ensemble fini. p -listes, arrangements et combinaisons, nombre de p -arrangements d'un ensemble à n éléments, nombre de p -combinaisons d'un ensemble à n éléments.
- Matrices : vocabulaire et notations, dont le symbole de Kronecker. Produit matriciel, non commutativité et non intégrité.
Matrices inversibles, $\mathcal{GL}_n(\mathbb{K})$. Le déterminant d'une matrice carrée de taille 2 permet de décider son inversibilité ; expression de l'inverse lorsqu'elle existe.
- Démonstrations exigibles :
 - Théorème de Rolle.
 - Soit E un ensemble fini. $\sharp(\mathcal{P}(E)) = 2^{\sharp(E)}$.
 - Preuve combinatoire de la formule de Pascal.
 - L'ensemble des matrices triangulaires supérieures de taille n est stable par produit.

Exercices

- a) Etudier la régularité d'une fonction définie par morceaux : continuité, dérivabilité.
- b) Calculer une limite.
- c) Utiliser les résultats du chapitre sur la dérivation, en particulier : le Théorème de Rolle, le Théorème des Accroissements Finis ou l'Inégalité des Accroissements Finis.
- d) Questions du DS4.
- e) Exercices de dénombrement.