Programme de colles 17 (3/2 au 7/2)

Cours

Pour les élèves en difficulté, la priorité sera donnée aux définitions, aux exemples de cours ainsi qu'aux exercices d'application.

- Matrices : opérations sur les lignes obtenues par produit à gauche par une matrice élémentaire. Une matrice de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ est inversible si, et seulement si, son rang vaut n . Déterminer l'inverse revient à échelonner et réduire la matrice augmentée avec une colonne d'inconnues. Dans le cas particulier $n = 2$, une matrice de $\mathcal{M}_2(\mathbb{K})$ est inversible si, et seulement si, son déterminant est non nul ; on a alors une formule pour l'inverse.
- Analyse asymptotique : relations de négligeabilité, domination et équivalence sur les suites et les fonctions (notations de Landau). Comportement avec les opérations, en particulier : on n'additionne pas des équivalents.
Si $n < p$ alors $x^n \underset{+\infty}{=} o(x^p)$ et $x^p \underset{0}{=} o(x^n)$. Définition d'un développement limité (formulation au voisinage de a en écrivant $x = a + h$), formule de Taylor-Young. Développements limités en 0 de $\exp$ (ordre n), $\cos$, $\sin$, $\ln(1 + x)$, $(1 + x)^\alpha$ à l'ordre 5.
- **Preuves exigibles** :
Matrices : soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.
 - S'il existe une matrice B telle que $AB = I_n$ alors il existe une matrice C telle que $CA = I_n$. On a alors aussi $B = C$.
 - A est inversible si, et seulement si, pour toute colonne B , le système $AX = B$ admet une solution.Fonctions :
 - $\forall (\alpha, \beta) \in (\mathbb{R}^{+*})^2, \ln^\beta n = o(n^\alpha)$
 - $\forall \alpha \in \mathbb{R}^{+*}, \forall a > 1, n^\alpha = o(a^n)$
 - $\forall a \in \mathbb{R}, a^n = o(n!)$.

Exercices

- a) Dénombrements.
- b) Calcul matriciel : inverser une matrice, calculer une puissance à l'aide de la formule du binôme...
- c) Comparaison asymptotique de suites et de fonctions. Utiliser la formule de Taylor-Young.
- d) Questions simples de du DS5 (en ligne).