

# Programme de colles 18 (8/2 - 13/2)

## Cours

*Pour chaque définition, il est important de bien comprendre le rôle des quantificateurs utilisés. L'étudiant doit être en mesure de proposer des exemples (éventuellement à l'aide de figures) pour illustrer les définitions. La démonstration marquée de [★] ne sera demandée qu'aux élèves à l'aise.*

- Analyse asymptotique : relations de domination, de négligeabilité et d'équivalence pour les suites et les fonctions ; notations de Landau. Comparaisons usuelles, en particulier trouver un équivalent simple d'un polynôme en  $+\infty$  et en  $0$ .  
Développements limités : définition, obtention à l'aide de la formule de Taylor Young. Développements limités de référence, obtention de nouveaux développements limités par opérations (le quotient à l'aide de  $\frac{1}{1-u}$ ).  
**Cette semaine, chaque élève doit restituer un DL de référence** (l'ordre 3 suffit).
- Polynômes : vocabulaire et notations,  $\mathbb{K}_n[X]$  est stable par combinaisons linéaires. Arithmétique dans  $\mathbb{K}[X]$  : divisibilité, division euclidienne, polynômes irréductibles. Polynôme dérivé, formules de Leibniz, de Taylor.
- Démonstrations exigibles :
  - $\ln n \underset{n \rightarrow +\infty}{=} o(n)$
  - [★] Pour tout réel  $a$ ,  $a^n \underset{n \rightarrow +\infty}{=} o(n!)$
  - Lorsqu'il existe, le développement limité est unique.
  - Les polynômes de degré 1 sont irréductibles.

## Exercices

- a) Exercices de dénombrement.
- b) Matrices : décider l'inversibilité et, le cas échéant, calculer l'inverse. En particulier, les élèves doivent être à l'aise dans  $\mathcal{M}_2(\mathbb{K})$ .
- c) Calculer une limite avec des équivalents.
- d) Obtenir un DL par opérations en se ramenant aux DL de référence ou à l'aide de Taylor Young.
- e) Se servir d'un DL pour étudier une limite, justifier la régularité, étudier un comportement local (tangente ou asymptote et positions relatives).
- f) Questions du DS5 (disponible sur le cahier de texte de la semaine 18).