

Programme de colles 18 (10/2 au 14/2)

Cours

Pour les élèves en difficulté, la priorité sera donnée aux définitions, aux exemples de cours ainsi qu'aux exercices d'application.

Analyse asymptotique :

relations de négligeabilité, domination et équivalence sur les suites et les fonctions (notations de Landau). Comportement avec les opérations, en particulier : on n'additionne pas des équivalents.

Définition d'un développement limité (formulation au voisinage de a en écrivant $x = a + h$), formule de Taylor-Young. Développements limités en 0 de \exp , $\frac{1}{1-x}$ (ordre n), \cos , \sin , $\ln(1+x)$, $(1+x)^\alpha$ à l'ordre 5. opérations sur les développements limités : somme, produit, composition, quotient en utilisant le développement de $\frac{1}{1+u}$; dérivation et primitivation.

Application des développements limités :

- pour trouver une limite ;
- pour trouver une asymptote ;
- pour prouver qu'une fonction est régulière (jusqu'à \mathcal{C}^1) au voisinage d'un point.

Preuves exigibles :

- $\forall (\alpha, \beta) \in (\mathbb{R}^{+*})^2, \ln^\beta n = o(n^\alpha)$
- $\forall \alpha \in \mathbb{R}^{+*}, \forall a > 1, n^\alpha = o(a^n)$
- $\forall a \in \mathbb{R}, a^n = o(n!)$.
- Unicité du développement limité (lorsqu'il existe).
- Retrouver rapidement le développement limité de \tan en 0 jusqu'à l'ordre 5.

Exercices

- a) Calcul matriciel : inverser une matrice, calculer une puissance à l'aide de la formule du binôme...
- b) Comparaison asymptotique de suites et de fonctions.
- c) Opérations sur les développements limités ; premières applications.
- d) Décomposer une fraction rationnelle en éléments simples ; intégrer les éléments simples de première espèce et de seconde espèce (dénominateur à la puissance 1).