

# Programme de colles 19 (15/2 - 19/2)

## Cours

*Pour chaque définition, il est important de bien comprendre le rôle des quantificateurs utilisés.*

*L'étudiant doit être en mesure de proposer des exemples (éventuellement à l'aide de figures) pour illustrer les définitions. Les démonstrations marquées de [★] ne seront demandées qu'aux élèves à l'aise.*

- Analyse asymptotique : développements limités de référence.
- Polynômes : vocabulaire et notations,  $\mathbb{K}_n[X]$  est stable par combinaisons linéaires. Arithmétique dans  $\mathbb{K}[X]$  : divisibilité, division euclidienne, polynômes irréductibles. Polynôme dérivé, formules de Leibniz, de Taylor. Racines d'un polynôme, ordre de multiplicité, lien avec le polynôme dérivé. Polynôme scindé, Théorème de D'Alembert-Gauss, polynômes irréductibles, relations coefficients-racines.
- Espaces vectoriels : définition, exemples de référence, sous-espaces vectoriels.  
*Pour le moment et pour marquer la différence entre scalaires et vecteurs, on peut noter les vecteurs avec une flèche.*
- Démonstrations exigibles :
  - Lorsqu'il existe, le développement limité est unique.
  - Les polynômes de degré 1 sont irréductibles.
  - $\alpha$  est racine du polynôme  $P$  si, et seulement si,  $(X - \alpha) \mid P$ .

## Exercices

- a) Obtenir un DL par opérations en se ramenant aux DL de référence ou à l'aide de Taylor Young.
- b) Se servir d'un DL pour étudier une limite, justifier la régularité, étudier un comportement local (tangente ou asymptote et positions relatives).
- c) Calculer dans  $\mathbb{K}[X]$  : produit, composée, division euclidienne, dérivation.
- d) Décomposer une fraction rationnelle en éléments simples et intégrer l'intégrer (éléments simples de première espèce et de deuxième espèce mais le dénominateur à la puissance 1).