

# Programme de colles 19 (2/3 au 6/3)

## Cours

Pour les élèves en difficulté, la priorité sera donnée aux définitions, aux exemples de cours ainsi qu'aux exercices d'application.

### Analyse asymptotique :

Formule de Taylor-Young. Développements limités en 0 de  $\exp$ ,  $\frac{1}{1-x}$  (ordre  $n$ ),  $\cos$ ,  $\sin$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $(1+x)^\alpha$  à l'ordre 5.

### Polynômes :

Vocabulaire et notations. Divisibilité dans  $\mathbb{K}[X]$ , division euclidienne, polynômes irréductibles. Polynôme dérivé. Racine d'un polynôme, ordre de multiplicité, . Polynôme scindé. Théorème de D'Alembert-Gauss.

### **Exemples de cours exigibles :**

- Développement limité de  $\tan$  en 0 jusqu'à l'ordre 5.
- Décomposer  $X^6 - 1$  en produit de polynômes irréductibles sur  $\mathbb{C}[X]$  et sur  $\mathbb{R}[X]$ .

### **Preuves exigibles :**

- Si  $A$  et  $B$  sont deux polynômes tels que  $A|B$  et  $B|A$  alors  $A$  et  $B$  sont associés.
- Unicité de la division euclidienne.
- $\alpha$  est racine du polynôme  $P$  si, et seulement si,  $X - \alpha|P$ .
- Formule de Taylor pour les polynômes.

## Exercices

- a) Comparaison asymptotique de suites et de fonctions.
- b) Opérations sur les développements limités ; applications.
- c) Décomposer une fraction rationnelle en éléments simples ; intégrer les éléments simples de première espèce et de seconde espèce (dénominateur à la puissance 1).