Programme de colles 21 (15/3 - 19/3)

Cours

Pour chaque définition, il est important de bien comprendre le rôle des quantificateurs utilisés. L'étudiant doit être en mesure de proposer des exemples (éventuellement à l'aide de figures) pour illustrer les définitions. Les démonstrations marquées de [$\star$] ne seront demandées qu'aux élèves à l'aise.

— Espaces vectoriels : définition, exemples de référence, sous-espaces vectoriels, sous-espace vectoriel engendré par une famille de vecteurs. Familles libres ou liées, génératrices ou non. Somme de sous-espaces, sommes directes, sous-espaces supplémentaires. Bases, bases canoniques des espaces de référence. Matrice colonne des coordonnées d'un vecteur exprimé dans une base.
Pour le moment et pour marquer la différence entre scalaires et vecteurs, on peut noter les vecteurs avec une flèche.

— Intégrale de Riemann : si f est continue sur $[a;b]$ alors $\int_{[a;b]} f$ se construit comme limite d'intégrales de fonctions en escalier. Les sommes de Riemann de f convergent alors vers $\int_{[a;b]} f$ (mise en œuvre de la méthode des rectangles à venir en informatique). $x \mapsto \int_a^x f(t)\mathrm{d}t$ est l'unique primitive de f qui s'annule en a. Formules de Taylor avec reste intégral, de Taylor-Lagrange, de Taylor-Young.

— Démonstrations exigibles :
- La famille (finie) de vecteurs $\mathcal{B}$ est une base de E si, et seulement si, tout vecteur de E s'écrit de façon unique comme combinaison linéaire des vecteurs de $\mathcal{B}$.
- Formule de Taylor avec reste intégral.
- Formule de Taylor Lagrange (à partir de la Taylor avec reste intégral).
- Si $f \in \mathcal{C}^0([a;b], \mathbb{R})$. $x \mapsto \int_a^x f(t)\mathrm{d}t$ est l'unique primitive de f qui s'annule en a. [$\star$]

Exercices

a) Se servir d'un DL pour étudier une limite, justifier la régularité, étudier un comportement local (tangente ou asymptote et positions relatives).

b) Décomposer une fraction rationnelle en éléments simples et intégrer l'intégrer (éléments simples de premère espèce et de deuxième espèce mais le dénominateur à la puissance 1).

c) Montrer qu'une partie d'un EV de référence en est un SEV.

d) Dans des cas simples, trouver le supplémentaires d'un SEV *(les intuitions liées aux dimensions sont encouragées).*

e) Questions de l'exercice 1 du DS 6 proposé samedi 13 mars.