

# Programme de colles 22 (22/3 - 26/3)

## Cours

*Pour chaque définition, il est important de bien comprendre le rôle des quantificateurs utilisés.*

*L'étudiant doit être en mesure de proposer des exemples (éventuellement à l'aide de figures) pour illustrer les définitions. Les démonstrations marquées de [★] ne seront demandées qu'aux élèves à l'aise.*

- Espaces vectoriels : définition, exemples de référence, sous-espaces vectoriels, sous-espace vectoriel engendré par une famille de vecteurs. Familles libres ou liées, génératrices ou non. Somme de sous-espaces, sommes directes, sous-espaces supplémentaires. Bases, bases canoniques des espaces de référence. Matrice colonne des coordonnées d'un vecteur exprimé dans une base.  
*Pour le moment et pour marquer la différence entre scalaires et vecteurs, on peut noter les vecteurs avec une flèche.*
- Intégrale de Riemann : si  $f$  est continue sur  $[a; b]$  alors  $\int_{[a;b]} f$  se construit comme limite d'intégrales de fonctions en escalier. Les sommes de Riemann de  $f$  convergent alors vers  $\int_{[a;b]} f$  (mise en œuvre de la méthode des rectangles à venir en informatique).  $x \mapsto \int_a^x f(t)dt$  est l'unique primitive de  $f$  qui s'annule en  $a$ . Formules de Taylor avec reste intégral, de Taylor-Lagrange, de Taylor-Young.
- Démonstrations exigibles :
  - La famille (finie) de vecteurs  $\mathcal{B}$  est une base de  $E$  si, et seulement si, tout vecteur de  $E$  s'écrit de façon unique comme combinaison linéaire des vecteurs de  $\mathcal{B}$ .
  - Formule de Taylor avec reste intégral.
  - Formule de Taylor Lagrange (à partir de la Taylor avec reste intégral).
  - Si  $f \in \mathcal{C}^0([a; b], \mathbb{R})$ .  $x \mapsto \int_a^x f(t)dt$  est l'unique primitive de  $f$  qui s'annule en  $a$ . [★]

## Exercices

- a) Se servir d'un DL pour étudier une limite, justifier la régularité, étudier un comportement local (tangente ou asymptote et positions relatives).
- b) Montrer qu'une partie d'un EV de référence en est un SEV.
- c) Dans des cas simples, trouver le supplémentaires d'un SEV (*les intuitions liées aux dimensions sont encouragées*).
- d) Décider si une famille de vecteurs est libre ou liée.
- e) Décider si une famille de vecteurs est génératrice ou non.
- f) Questions de l'exercice 1 du DS 6 proposé samedi 13 mars.