

# Programme de colles 24 (6/4 - 9/4)

## Cours

*Pour chaque définition, il est important de bien comprendre le rôle des quantificateurs utilisés.*

*L'étudiant doit être en mesure de proposer des exemples (éventuellement à l'aide de figures) pour illustrer les définitions. Les démonstrations marquées de [★] ne seront demandées qu'aux élèves à l'aise.*

- Espaces vectoriels de dimensions finies : un EV est dit de dimension finie lorsqu'il admet une génératrice finie. Exemples et contre-exemples. Le Théorème de la base extraite a pour conséquence que tout EV de dimension finie admet une base. Le Théorème de la base incomplète indique qu'une famille libre peut être complétée en une base. La dimension d'un EV de dimension finie (non réduit à  $\{\vec{0}\}$ ) est le cardinal commun de toutes les bases de l'EV. Dans un espace de dimension  $n$ , les familles génératrices ont au moins  $n$  vecteurs, les familles finies en ont au plus  $n$ . De plus, une famille libre ou génératrice de  $n$  vecteurs est une base. Les sous-espaces d'un EV de dimension finie  $n$  sont également des EV de dimensions finies, leurs dimensions sont inférieures ou égales à  $n$ . Cas d'égalité : le sous-espace est l'EV entier. Formule de Grassmann. Dans un EV de dimension finie, existence (et pas unicité) des supplémentaires, dimension d'un supplémentaire.
- Probabilités sur un univers fini : un EV est dit de dimension vocabulaire et notations des probabilités. Probabilités conditionnelles.
- Démonstration exigible :
  - Si l'espace vectoriel  $E$  est de dimension finie alors toutes ses bases ont le même cardinal.

## Exercices

*Sur les espaces vectoriels, on utilisera la dimension lorsque c'est possible.*

- a) Décider si une partie d'un EV en est un SEV ou non.
- b) Trouver le supplémentaires d'un SEV.
- c) Décider si une famille de vecteurs est libre ou liée.
- d) Décider si une famille de vecteurs est génératrice ou non.
- e) Probabilités : modéliser une expérience aléatoire, justifier lorsqu'il y a équiprobabilité, introduire correctement des notations. Probabilités conditionnelles.