Programme de colles 3 (du 28/9 au 2/10)

Cours

Pour chaque définition, il est important de bien comprendre le rôle des quantificateurs utilisés. L'étudiant doit être en mesure de proposer des exemples (éventuellement à l'aide de figures) pour illustrer les définitions.

— Fonctions :Théorème de la bijection : une fonction f strictement monotone sur un intervalle I réalise une bijection $I \to f(I)$.

— Fonctions de référence : savoir dessiner à main levée les courbes représentatives de exp, ln, cos, sin, $x \mapsto x^2$, $x \mapsto \sqrt{x}$, $x \mapsto \frac{1}{x}$, Arcsin, Arccos, Arctan, $c \mapsto \lfloor x \rfloor$, $x \mapsto |x|$.
Valeurs remarquables de cos, sin, tan, arccos, arcsin, arctan. Dérivées de arccos, arcsin et arctan.

— Complexes : forme algébrique d'un complexe, conjugué, module et argument ; plan complexe. Propriétés de la conjugaison et du module, inégalité triangulaire. *Nous n'abordons pas la forme exponentielle dans ce chapitre.*
Tout complexe admet au moins une racine carrée ; tout complexe non nul en admet exactement deux qui sont opposées. Racines d'un polynôme du second degré.

— Démonstrations exigibles :

a) $\forall x \in]-1;1[, \arccos'(x) = \dfrac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$;

b) $\forall (z,z') \in \mathbb{C}^2,\ |zz'| = |z||z'|$;

c) $\forall (z,z') \in \mathbb{C}^2,\ |z+z'| \leq |z| + |z'|$.

Exercices

a) Calculer avec des fractions, des puissances, des racines.

b) Faire l'étude complète d'une fonction. En particulier : bien comprendre le domaine de définition d'une composée avec ln ou $\sqrt{}$, savoir dériver des composées (de composées) ; savoir étudier les limites d'une fraction rationnelle en $\pm\infty$ et au bord d'un « trou » du domaine de définition.

c) Rédiger une récurrence.

d) Calculer avec les complexes, en particulier savoir trouver la forme algébrique, donner l'argument lorsqu'il est trivial, calculer le module.

e) Représenter dans le plan complexe des ensembles de points dont les affixes vérifient des conditions relatives à leur module ou leur argument.

f) Trouver les racines carrées d'un complexe.