

# Programme de colles 31 (14/6 - 18/6) (rattrapage semaine 22)

## Cours

*Pour chaque définition, il est important de bien comprendre le rôle des quantificateurs utilisés. L'étudiant doit être en mesure de proposer des exemples (éventuellement à l'aide de figures) pour illustrer les définitions. Les démonstrations marquées de [★] ne seront demandées qu'aux élèves à l'aise.*

- Matrices et applications linéaires : matrices de passage ; formule pour le changement de bases.
- Variables aléatoires : définitions (VA, espérance, variance), la formule de Kœnig-Huyguens permet de calculer la variance plus simplement que la définition. Inégalité de Bienaym-Tchebychev. Loi de Bernoulli. Loi binomiale : définition, elle modélise le nombre de succès dans la répétition de  $n$  épreuves de Bernoulli indépendantes de paramètre  $p \in [0; 1]$ .
- Espaces euclidiens : produit scalaire, norme associée. Formule de Cauchy Schwarz, inégalité triangulaire (cas d'égalité).  
Orthogonalité : définition, orthogonal d'une partie, familles orthogonales, orthonormées, théorème de Pythagore (pour 2 vecteurs on a équivalence ; pour au moins trois vecteurs on a implication).
- Démonstrations exigibles :
  - Inégalité de Cagy Schwarz.
  - Une famille orthonormée est libre.

## Exercices

- a) Etudier la nature d'une série.
- b) Changer de bases.
- c) Déterminer le rang, le noyau, l'image d'une matrice
- d) Etudier une variable aléatoire : loi, espérance, variance.
- e) Reconnaître les expériences aléatoires dans lesquelles on peut utiliser une modélisation avec la loi binomiale.
- f) Utiliser l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev pour majorer des probabilités.