

Programme de colles 4 (du 5 au 9/10)

Cours

Pour chaque définition, il est important de bien comprendre le rôle des quantificateurs utilisés.

L'étudiant doit être en mesure de proposer des exemples (éventuellement à l'aide de figures) pour illustrer les définitions.

- Fonctions de référence : savoir dessiner à main levée les courbes représentatives de \exp , \ln , \cos , \sin , $x \mapsto x^2$, $x \mapsto \sqrt{x}$, $x \mapsto \frac{1}{x}$, Arcsin , Arccos , Arctan , $c \mapsto \lfloor x \rfloor$, $x \mapsto |x|$.
Valeurs remarquables de \cos , \sin , \tan , \arccos , \arcsin , \arctan . Dérivées de \arccos , \arcsin et \arctan .
- Complexes : propriétés de la conjugaison et du module, inégalité triangulaire. *Nous n'abordons pas la forme exponentielle dans ce chapitre.*
Tout complexe admet au moins une racine carrée ; tout complexe non nul en admet exactement deux qui sont opposées. Racines d'un polynôme du second degré.
- Equations différentielles : ordre d'une équation différentielle, linéarité. Primitive d'une fonction : définition, alternative entre l'existence d'une infinité de primitives et l'absence de primitive, lorsque f est continue on a l'existence de primitives grâce aux intégrales.
Intégration : mesure de l'aire algébrique, calcul d'intégrale à l'aide d'une primitive, formule d'intégration par parties.
- Démonstrations exigibles :
 - a) $\forall x \in]-1; 1[$, $\arccos'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$;
 - b) $\forall (z, z') \in \mathbb{C}^2$, $|zz'| = |z||z'|$;
 - c) $\forall (z, z') \in \mathbb{C}^2$, $|z + z'| \leq |z| + |z'|$.

Exercices

- a) Faire l'étude complète d'une fonction. En particulier : bien comprendre le domaine de définition d'une composée avec \ln ou $\sqrt{\quad}$, savoir dériver des composées (de composées) ; savoir étudier les limites d'une fraction rationnelle en $\pm\infty$ et au bord d'un « trou » du domaine de définition.
- b) Calculer avec les complexes, en particulier savoir trouver la forme algébrique, donner l'argument lorsqu'il est trivial, calculer le module.
- c) Résoudre des équations du second degré à coefficients complexes. En particulier, toujours penser à chercher une solution évidente qui permettrait une factorisation avant de calculer le discriminant.
- d) Résoudre des équations du type $y' = f(x)$, en étant soigneux sur les notations utilisées. Parmi les solutions, trouver celle qui vérifie une condition du type $y(a) = b$.
- e) Calculer une intégrale à l'aide d'une primitive, d'une IPP.