

# Programme de colles 9 (du 23 au 27/11)

## Cours

*Pour chaque définition, il est important de bien comprendre le rôle des quantificateurs utilisés. L'étudiant doit être en mesure de proposer des exemples (éventuellement à l'aide de figures) pour illustrer les définitions. La démonstration marquée de [★] ne sera demandée qu'aux élèves à l'aise.*

— Compléments sur les complexes :

Exponentielle complexe, applications des complexes en géométrie (notamment pour prouver la colinéarité ou l'orthogonalité).

— Suites : suite majorée, minorée, bornée, croissante, décroissante. Définitions des limites. Opérations sur les limites. Une suite monotone admet une limite, si en plus elle est bornée alors elle converge. Suites adjacentes.

Exemples de référence : approximation décimale d'un réel, suites arithmético-géométriques, suites récurrentes linéaires d'ordre 2.

— Démonstrations exigibles :

- a) Soit  $n \in \mathbb{N}^*$ , on note  $\alpha = e^{i\frac{2\pi}{n}}$ . Les  $n$  racines  $n$ -ièmes de l'unité sont  $1, \alpha, \dots, \alpha^{n-1}$ .
- b) Soit  $A(a)$  un point du plan complexe. L'homothétie de centre  $a$  et de rapport  $k \in \mathbb{R}^*$  est l'application du plan complexe  $M(z) \mapsto M'(k(z - a) + a)$ .
- c) Si  $u$  et  $v$  sont deux suites de réels qui convergent vers les réels  $\ell_1$  et  $\ell_2$  alors  $u + v$  converge vers  $\ell_1 + \ell_2$ .
- d) [★] Si  $u$  et  $v$  sont deux suites de réels qui convergent vers les réels  $\ell_1$  et  $\ell_2$  alors  $u \times v$  converge vers  $\ell_1 \times \ell_2$ .

## Exercices

- a) Résoudre une équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients constants.
- b) Questions de l'exercice 1 du DS3.
- c) Calculer une intégrale à l'aide d'un changement de variable.
- d) Calculer une somme double.
- e) Calculer avec les complexes, en particulier : factoriser avec l'angle moitié, choisir la forme la plus adaptée, se servir des complexes pour résoudre un problème de géométrie.