4.9 e) Les courants i et i_2 sont continus car ces courants traversent une bobine. Ainsi, d'après la loi des nœuds, le courant i_1 l'est également.

La tension u est celle aux bornes du condensateur donc continue (la présence de la bobine en parallèle n'y change rien). Finalement, la tension u_L ne l'est pas car $u_L(0^-) = 0$ (régime stationnaire) et $u_L(0^+) = E$ (loi des mailles).

....

4.10 a) À $t = 0^-$, l'interrupteur K est ouvert donc $i(0^-) = 0$. De plus, ce courant circulant dans une bobine, il est continu, d'où finalement $i(0^+) = i(0^-) = 0$.

....

4.10 b) La tension u_L n'est pas nécessairement une grandeur continue, il convient alors d'appliquer la loi des mailles à l'instant $t = 0^+$ d'où $E = Ri(0^+) + u_L(0^+)$.

De plus, on a par continuité du courant (bobine dans la branche) $i(0^-) = i(0^+) = 0$ car K est initialement ouvert. On en déduit finalement que $u_L(0^+) = E - R \times 0 = E$.

....

4.10 c) Le courant i n'est pas nécessairement une grandeur continue car il n'y a pas de bobine dans la branche. On applique alors la loi des mailles à l'instant $t = 0^+$ d'où $E = Ri(0^+) + u_C(0^+)$.

Or, on a $u_C(0^+) = u_C(0^-)$ (continuité de la tension aux bornes du condensateur) puis $u_C(0^+) = 0$ car ce dernier est initialement déchargé. On en déduit finalement que $i(0^+) = E/R$.

....

4.10 d) La tension u_R n'est pas nécessairement continue. On applique alors la loi des mailles (maille de gauche) à l'instant $t = 0^+$ d'où $E = u_R(0^+) + u(0^+)$.

Or, la tension u est à la fois celle du résistor mais aussi du condensateur car ces dipôles sont placés en parallèle. On en déduit que $u(0^+) = u(0^-)$ (continuité de la tension aux bornes du condensateur) puis $u(0^+) = 0$ car ce dernier est initialement déchargé d'où finalement $u_R(0^+) = E$.

....

4.10 e) On applique la loi des nœuds à l'instant $t = 0^+$ d'où $i(0^+) = i_1(0^+) + i_2(0^+)$.

De plus, on a $i_2(0^+) = u(0^+)/R = 0$ et $i(0^+) = u_R(0^+)/R = E/R$ d'après la question précédente. On en déduit finalement que $i_1(0^+) = E/R$.

....

4.11 a) La tension u aux bornes du condensateur est continue. De plus, on a $u(0^-) = 0$ car le condensateur est initialement déchargé. On en déduit que $u(0^+) = 0$.

....

4.11 b) Pour le condensateur, on a à l'instant $t = 0^+$, $i_1(0^+) = C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}(0^+)$. Il convient alors de trouver l'expression de ce courant.

La loi des nœuds indique que $i(0^+) = i_1(0^+) + i_2(0^+)$. Or, on a $i(0^+) = i(0^-) = 0$ par continuité du courant circulant dans la bobine, et du fait de l'ouverture de K pour $t < 0$. De plus, on a $i_2(0^+) = 2u(0^+)/R = 0$. On en déduit que $i_1(0^+) = 0$ et donc que $\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}(0^+) = 0$.

....

4.11 c) En régime stationnaire, le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert et la bobine comme un fil. La loi des mailles indique alors $E = Ri(+\infty) + \dfrac{R}{2}i(+\infty)$ d'où au final $i(+\infty) = \dfrac{2E}{3R}$. Ce résultat aurait aussi pu être obtenu à l'aide d'un schéma équivalent.

....

4.11 d) En régime stationnaire, le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert et la bobine comme un fil. On observe alors un pont diviseur de tension formé par les deux résistors restants.

On en déduit $u(+\infty) = \dfrac{R/2}{R + R/2}E = \dfrac{1}{3}E$.

4.12 a) On écrit l'équation sous sa forme canonique : $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \dfrac{R}{L}i = \dfrac{E}{L}$. Ainsi, on identifie $\tau = L/R$.

4.12 b) De la même manière, l'équation mise sous forme canonique est $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \dfrac{2}{RC}i = \dfrac{E}{RC}$, d'où $\tau = \dfrac{RC}{2}$.

4.13 a) Le circuit ne peut être simplifié davantage. Il convient alors d'appliquer la loi des mailles $E = Ri + L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$ puis de mettre cette équation sous la forme canonique $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \dfrac{R}{L}i = \dfrac{E}{L}$.

4.13 b) Le circuit ne peut être simplifié davantage. Il convient alors d'appliquer la loi des mailles $E = Ri + u_C$. L'équation constitutive du condensateur indique $i = C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$ d'où en combinant avec la loi des mailles

$$E = RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C.$$

On en déduit sa forme canonique $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \dfrac{1}{RC}u_C = \dfrac{1}{RC}E$.

4.13 c) La loi des mailles indique que $E = Ri + u_C$. Cette fois-ci, il faut garder i et remplacer u_C. Cependant, la relation constitutive du condensateur fait apparaître la dérivée temporelle de cette tension.

Il convient alors de dériver l'équation obtenue à l'aide de la loi des mailles et d'écrire $R\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = 0$. Finalement, on obtient $\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \dfrac{1}{RC}i = 0$.

4.13 d) Le circuit comporte deux mailles indépendantes mais ne peut pas être simplifié. Il convient alors de faire particulièrement attention aux indices et variables utilisées pour les différents courants et tensions.

La loi des nœuds indique que $i = i_1 + i_2$ avec $i_2 = u/R$ et $i_1 = C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$. On obtient alors en combinant ces résultats l'équation $i = \dfrac{u}{R} + C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$.

4.13 e) La loi des nœuds ayant déjà été appliquée, il convient d'appliquer la loi des mailles pour la petite maille de gauche ; on en déduit $E = Ri + u$. On combine alors ce résultat avec celui de la question précédente pour obtenir que $E = u + RC\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + u$ et au final $\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \dfrac{2}{RC}u = \dfrac{E}{RC}$.

4.14 a) Cherchons une solution particulière constante. On trouve $u_\mathrm{p} = E$. La solution générale est donc de la forme $A\mathrm{e}^{-t/\tau} + E$. La condition initiale donne $u_C(0) = 0 = A + E$ soit $A = -E$. Finalement, $u_C(t) = E\big(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}\big)$.

4.14 b) Ici, l'équation différentielle est homogène (sans second membre). La solution est de la forme $A\mathrm{e}^{-t/\tau}$. La condition initiale donne $i(0) = E/R = A$. Finalement, $i(t) = \dfrac{E}{R}\,\mathrm{e}^{-t/\tau}$.

4.14 c) Cherchons une solution particulière constante. On trouve $u_{\mathrm{p}} = \frac{1}{2}E$. La solution générale est donc de la forme $A\mathrm{e}^{-t/\tau} + \frac{1}{2}E$. La condition initiale donne $u(0) = \frac{1}{2}E = A + \frac{1}{2}E$ soit $A = 0$. Finalement, $u_C(t) = \frac{1}{2}E$.

....

4.15 d) La courbe 2, associée à l'expression de u_1, possède une asymptote horizontale d'expression $u_1(+\infty) = E_1$. On en déduit $E_1 = 4\,\mathrm{V}$ par lecture graphique.

....

4.15 e) La courbe 3, associée à l'expression de u_2, possède une valeur initiale $u_2(0^+) = \frac{1}{2}E_2$. On en déduit $E_2 = 4\,\mathrm{V}$ par lecture graphique. On peut vérifier que l'asymptote donne $u_2(+\infty) = E_2 = 4\,\mathrm{V}$.

....

4.15 f) La courbe 1, associée à l'expression de $i(t)$, a pour ordonnée à l'instant initial $i(0^+) = 3\,\mathrm{mA} = \frac{E_1}{R}$ donc on a $R = E_1/i(0^+) \simeq 1{,}3\,\mathrm{k\Omega}$.

....

4.16 a) On a dans le membre de gauche de l'équation d'ordre 2 : $\left[\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}\right] = \left[\omega_0^2\right][x]$ donc $[x]T^{-2} = \left[\omega_0^2\right][x]$. Finalement, on a $[\omega_0] = T^{-1}$.

....

4.16 b) On a dans le membre de gauche de l'équation d'ordre 2 : $\left[\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2}\right] = \left[\frac{\omega_0}{Q}\right]\left[\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right]$ donc $[x]T^{-2} = T^{-1}\frac{[x]}{[Q]T}$. Finalement, on a $[Q] = 1$; donc, Q est sans dimension.

....

4.17 a) La loi des mailles indique que $E = Ri + u + L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$. De plus, la relation constitutive du condensateur donne que $i = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$. On en déduit que

$$E = RC\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + u + LC\frac{\mathrm{d}^2 u}{\mathrm{d}t^2} \quad \text{soit} \quad \frac{\mathrm{d}^2 u}{\mathrm{d}t^2} + \frac{R}{L}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{LC}u = \frac{E}{LC}.$$

....

4.17 b) La loi des nœuds donne $i = i_1 + i_2$. Cependant, la relation constitutive de la bobine fait intervenir $\frac{\mathrm{d}i_2}{\mathrm{d}t}$. On dérive alors la loi des nœuds puis on la combine avec les relations constitutives des deux dipôles de droite pour obtenir $\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} = C\frac{\mathrm{d}^2 u}{\mathrm{d}t^2} + \frac{u}{L}$.

La loi des mailles (petite maille de gauche) indique ensuite que $E = Ri + u$. On dérive cette relation pour faire apparaître la dérivée temporelle du courant puis on combine avec l'expression de cette dernière. D'où

$$0 = RC\frac{\mathrm{d}^2 u}{\mathrm{d}t^2} + \frac{R}{L}u + \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}.$$

On en déduit finalement son expression canonique $\frac{\mathrm{d}^2 u}{\mathrm{d}t^2} + \frac{1}{RC}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{LC}u = 0$.

....

4.18 a) Cherchons une solution particulière constante (comme le second membre). On trouve $u_{\mathrm{p}} = E$. La solution générale est de la forme $A\cos(\omega_0 t + \varphi) + E$. Les conditions initiales donnent

$$\begin{cases} u_C(0) & = A\cos(\varphi) + E = 0 \\ \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}(0) & = -A\omega_0\sin(\varphi) = 0 \end{cases} \quad \text{soit} \quad \begin{cases} \varphi = 0 \\ A = -E. \end{cases}$$

On en déduit que $u_C(t) = E(1 - \cos(\omega_0 t))$.

....