9.9 b) La situation (c) est exclue d'office car l'équation n'est pas homogène (n et n_{air} sont sans dimension tandis que R est une longueur).

La situation (b) permet de déduire que $f' = \dfrac{R}{2}$, c'est-à-dire une distance finie à laquelle convergent les rayons.

La situation (a) conduit à $f' \longrightarrow +\infty$: les rayons convergent à l'infini donc ils ne sont pas déviés.

Une autre approche consiste à voir que si les indices de part et d'autre du dioptre sont identiques, il n'y a pas de déviation (loi de Snell-Descartes). Réponse : (a).

9.10 a) On déduit de la relation $\dfrac{1}{\overline{\mathrm{OA'}}} - \dfrac{1}{\overline{\mathrm{OA}}} = \dfrac{1}{\overline{\mathrm{OF'}}}$ que $\overline{\mathrm{OA'}} = \dfrac{\overline{\mathrm{OA}} \times \overline{\mathrm{OF'}}}{\overline{\mathrm{OA}} + \overline{\mathrm{OF'}}}$.

9.10 b) On déduit de la relation $\dfrac{1}{\overline{\mathrm{OA'}}} - \dfrac{1}{\overline{\mathrm{OA}}} = \dfrac{1}{\overline{\mathrm{OF'}}}$ que $\overline{\mathrm{OA}} = \dfrac{\overline{\mathrm{OA'}} \times \overline{\mathrm{OF'}}}{\overline{\mathrm{OF'}} - \overline{\mathrm{OA'}}}$. Ainsi, $\overline{\mathrm{OA}} = \dfrac{\overline{\mathrm{OA'}} \times f'}{f' - \overline{\mathrm{OA'}}}$.

9.10 c) On déduit de la relation $\dfrac{1}{\overline{\mathrm{OA'}}} - \dfrac{1}{\overline{\mathrm{OA}}} = \dfrac{1}{\overline{\mathrm{OF'}}}$ que $f' = \overline{\mathrm{OF'}} = \dfrac{\overline{\mathrm{OA}} \times \overline{\mathrm{OA'}}}{\overline{\mathrm{OA}} - \overline{\mathrm{OA'}}}$.

9.10 d) On a montré que $\overline{\mathrm{OA'}} = \dfrac{\overline{\mathrm{OA}} \times \overline{\mathrm{OF'}}}{\overline{\mathrm{OA}} + \overline{\mathrm{OF'}}}$. Or, on a $\overline{\mathrm{OA}} = -15\,\mathrm{cm}$ et $\overline{\mathrm{OF'}} = 4{,}0\,\mathrm{cm}$.

L'application numérique donne $\overline{\mathrm{OA'}} = \dfrac{-15\,\mathrm{cm} \times 4{,}0\,\mathrm{cm}}{-15\,\mathrm{cm} + 4{,}0\,\mathrm{cm}} = 5{,}5\,\mathrm{cm}$.

Comme $\overline{\mathrm{OA'}} > 0$, l'image $\overline{\mathrm{A'B'}}$ se situe après la lentille.

9.11 a) On déduit de la relation $\overline{\mathrm{F'A'}} \times \overline{\mathrm{FA}} = -f'^2$ que $\overline{\mathrm{FA}} = \dfrac{-f'^2}{\overline{\mathrm{F'A'}}}$.

9.11 b) D'après le relation de Chasles, on a $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OF}} + \overline{\mathrm{FA}} = -f' + \overline{\mathrm{FA}}$.

9.11 c) On a montré d'une part que $\overline{\mathrm{FA}} = \dfrac{-f'^2}{\overline{\mathrm{F'A'}}}$ et d'autre part que $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OF}} + \overline{\mathrm{FA}}$.

Les applications numériques donnent

$$\overline{\mathrm{FA}} = \frac{-(12{,}0\,\mathrm{cm})^2}{5{,}0\,\mathrm{mm}} = \frac{-(0{,}120\,\mathrm{m})^2}{5{,}0 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}} = -2{,}88\,\mathrm{m} \qquad \text{et} \qquad \overline{\mathrm{OA}} = -0{,}12\,\mathrm{m} + (-2{,}88\,\mathrm{m}) = -3{,}00\,\mathrm{m}.$$

L'objet se trouve à 3 m en avant de la lentille, il s'agit donc d'un objet réel.

9.12 a) Par définition du grandissement, l'image est agrandie car $|\gamma| > 1$.

9.12 b) L'image est renversée car $\gamma < 0$.

9.13 a) On a $\overline{\mathrm{OA'}} = 15\,\mathrm{m}$ et $f' = 5{,}00 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}$. D'après la relation de conjugaison de Descartes, on a

$$\frac{1}{\overline{\mathrm{OA'}}} - \frac{1}{\overline{\mathrm{OA}}} = \frac{1}{\overline{\mathrm{OF'}}}.$$

On en déduit que $\overline{\mathrm{OA}} = \dfrac{\overline{\mathrm{OA'}} \times \overline{\mathrm{OF'}}}{\overline{\mathrm{OF'}} - \overline{\mathrm{OA'}}}$. Donc, on a $\overline{\mathrm{OA}} = \dfrac{15{,}0\,\mathrm{m} \times 5{,}00 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}}{5{,}02 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m} - 15\,\mathrm{m}} = -5{,}02 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m} = -5{,}02\,\mathrm{cm}$.

9.13 b) Le grandissement γ vaut

$$\gamma = \frac{\overline{\mathrm{A'B'}}}{\overline{\mathrm{AB}}} = \frac{\overline{\mathrm{OA'}}}{\overline{\mathrm{OA}}} = \frac{15\,\mathrm{m}}{-0{,}050\ 2\,\mathrm{m}} = -299.$$

Ainsi, la largeur de l'image sur l'écran vaut $299 \times 36 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m} = 10{,}8\,\mathrm{m}$. De plus, la hauteur de l'image sur l'écran vaut $299 \times 24 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m} = 7{,}18\,\mathrm{m}$.

Finalement, les dimensions de l'image sur l'écran sont : $10{,}8\,\mathrm{m} \times 7{,}2\,\mathrm{m}$.

9.14 a) On sait que $\dfrac{1}{\overline{\mathrm{OA'}}} - \dfrac{1}{\overline{\mathrm{OA}}} = \dfrac{1}{\overline{\mathrm{OF'}}}$. Ici, on a $\overline{\mathrm{OA}} \longrightarrow -\infty$ donc $\dfrac{1}{\overline{\mathrm{OA}}} \longrightarrow 0^-$. Finalement, on a $\overline{\mathrm{OA'}} \longrightarrow \overline{\mathrm{OF'}}$.

9.14 b) On sait que $\dfrac{1}{\overline{\mathrm{OA'}}} - \dfrac{1}{\overline{\mathrm{OA}}} = \dfrac{1}{\overline{\mathrm{OF'}}}$. Ici, on souhaite que $\overline{\mathrm{OA'}} \longrightarrow +\infty$; donc on souhaite que $\dfrac{1}{\overline{\mathrm{OA'}}} \longrightarrow 0^+$ et donc que $\overline{\mathrm{OA}} \longrightarrow -\overline{\mathrm{OF'}} = \overline{\mathrm{OF}}$.

9.15 a) On a $\overline{\mathrm{OA'}} = \dfrac{\overline{\mathrm{OA}} \times \overline{\mathrm{OF'}}}{\overline{\mathrm{OA}} + \overline{\mathrm{OF'}}}$. Or, on a $\overline{\mathrm{OA}} = -6{,}0\,\mathrm{cm}$ et $\overline{\mathrm{OF'}} = 10{,}0\,\mathrm{cm}$. Donc, on a

$$\overline{\mathrm{OA'}} = \frac{-6{,}0\,\mathrm{cm} \times 10\,\mathrm{cm}}{-6{,}0\,\mathrm{cm} + 10\,\mathrm{cm}} = -15\,\mathrm{cm}.$$

9.15 b) L'image se situe en avant de la lentille. On l'observera directement à travers la lentille, en regardant dans la direction de l'objet.

9.15 c) Sa taille se calcule à l'aide de la formule du grandissement : $\gamma = \dfrac{\overline{\mathrm{A'B'}}}{\overline{\mathrm{AB}}} = \dfrac{\overline{\mathrm{OA'}}}{\overline{\mathrm{OA}}}$. Ici, on a

$$\overline{\mathrm{A'B'}} = \frac{\overline{\mathrm{OA'}}}{\overline{\mathrm{OA}}} \times \overline{\mathrm{AB}} = \frac{-15\,\mathrm{cm}}{-6{,}0\,\mathrm{cm}} \times 2{,}0\,\mathrm{cm} = 5{,}0\,\mathrm{cm}.$$

9.15 d) Le grandissement est positif : il s'agit d'une image droite.

9.16 a) On transforme l'expression $\dfrac{1}{f'} = \dfrac{1}{\frac{D+d}{2}} - \dfrac{1}{\frac{-(D-d)}{2}}$ en mettant les fractions sous dénominateur commun et en isolant f'. On a

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{\frac{D+d}{2}} - \frac{1}{\frac{-(D-d)}{2}} = \frac{2}{D+d} + \frac{2}{D-d} \qquad \text{donc} \qquad \frac{1}{f'} = \frac{2(D-d)+2(D+d)}{(D+d)(D-d)} = \frac{4D}{D^2-d^2}.$$

Finalement, on trouve $f' = \dfrac{D^2-d^2}{4D}$.

9.16 b) En remplaçant d par $\dfrac{D}{4}$, on arrive à $f' = \dfrac{D^2 - \frac{D^2}{16}}{4D} = \dfrac{15D}{64}$.

9.16 c) En remplaçant f' par $\dfrac{D}{4}$, on arrive à $\dfrac{D}{4} = \dfrac{4D}{D^2-d^2}$ et donc à $D^2 = D^2 - d^2$. Ainsi, on a $d = 0$.
