Exercice 2 ✰

Paramétrer la droite du plan passant par le point $A(2,-1)$ et dirigée par le vecteur $\overrightarrow{v}(-1,4)$

Exercice 10 ✰✰

Que réprésentent les courbes planes paramétrées :

$C_1 : \begin{cases} x(t) & = & -1+2t \\ y(t) & = & 2t \end{cases}$, $C_2 : \begin{cases} x(t) & = & 2\cos(t) \\ y(t) & = & 3\sin t \end{cases}$, $C_3 : \begin{cases} x(t) & = & 2\cos(t) \\ y(t) & = & 3\cos t \end{cases}$?

Exercice 12 ✰✰ *Cycloïde*

Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2,\ t \mapsto (t-\sin t, 1-\cos t)$.

1. Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et calculer sa dérivée.
2. Pour quelles valeurs de t la coordonnée selon $(0y)$ de f' s'annule-t-elle ?
3. Représenter la trajectoire d'un mobile dont la position à l'instant t est $f(t)$, pour $t \in [0, 2\pi]$. On précisera le comportement local au voisinage de $f(0)$.
4. Etudier la courbe au voisinage du point singulier de paramètre 0.

Notes

[2] correction exo 02 :

$\overrightarrow{AM(t)} = t\vec{v}$ donne $x(t) = 2 - t$ et $y(t) = -1 + 4t$

---

[10] correction exo 10 :

C_1 est la droite passant par $A(1,0)$ et dirigée par $\vec{v} = (2,2)$.

C_2 est une ellipse, de demi-grand axe 3 selon (Oy) et de demi petit axe 2 selon (Ox)

C_3 est un segment contenu dansla droite d'équation $y = 3x/2$, pour $-2 \leq x \leq 2$.

---

[12] correction exo 12 :

1. f est dérivable sur $\mathbb{R}$ car ses composantes $x : t \mapsto t - \sin t$ et $y : t \mapsto 2 - \cos t$ le sont.
   $\forall t \in \mathbb{R}, f'(t) = (1 - \cos t, \sin t)$.
2. $y'(t) = 0 \iff \sin t = 0 \iff t = \dfrac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.
3. On étudie les variations croisées :
   Soit $t \in [0; 2\pi]$:

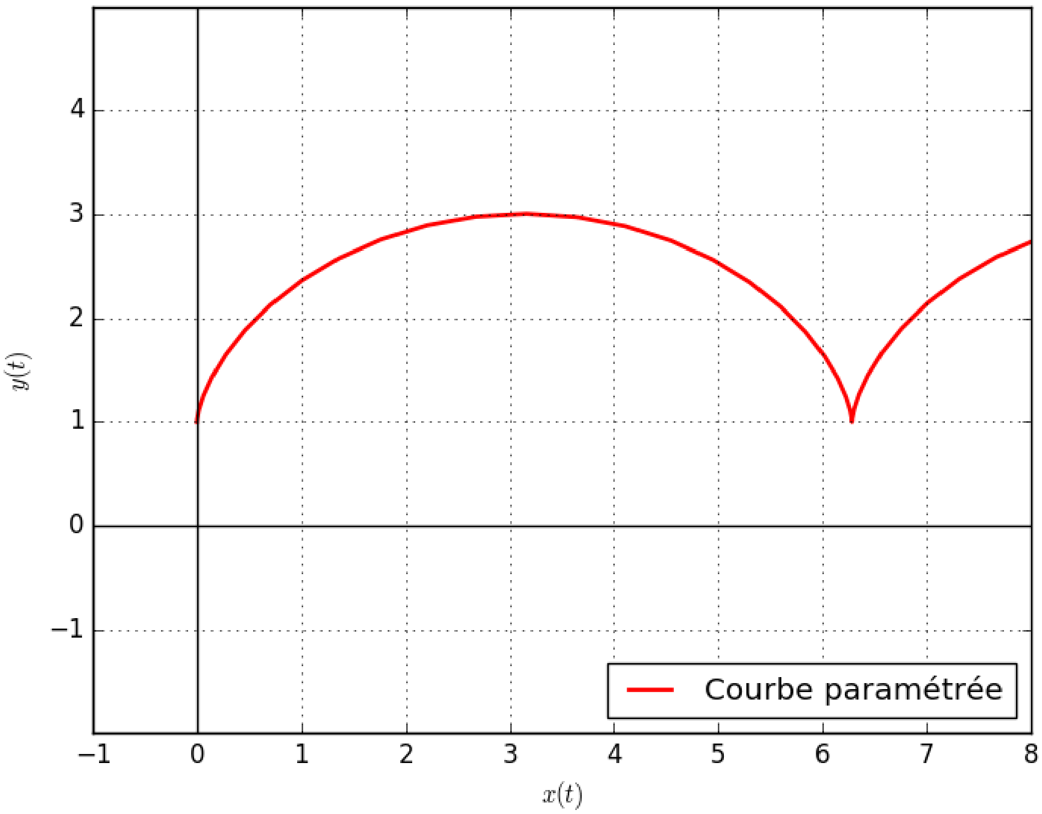
$$\begin{array}{ll}
x(t) = t - \sin t & y(t) = 1 - \cos t \\
x'(t) = 1 - \cos t & y'(t) = \sin t \\
x'(t) > 0 \iff t > 0 & y'(t) > 0 \iff 0 < t < \pi \\
x'(t) = 0 \iff t = 0 \text{ ou } \ 2\pi & y'(t) = 0 \iff t \in \{0, \pi, 2\pi\}
\end{array}$$

t	0		π		2π
$x'(t)$	0	$+$	2	$+$	0
x	0	$\nearrow$	π	$\nearrow$	2π
y	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	0
$y'(t)$	0	$+$	0	$-$	0

   La courbe va vers la droite en montant lorsque t varie de 0 à $\dfrac{\pi}{2}$.
   Représenter la trajectoire d'un mobile dont la position à l'instant t est $f(t)$, pour $t \in [0, 2\pi]$. On précisera le comportement local au voisinage de $f(0)$.
4. HP ?
   Le point $M(0)$, qui est l'origine, est singulier. Pour étudier l'existence d'une tangente en ce point, on considère

$$\frac{y(t) - y(0)}{x(t) - x(0)} = \frac{1 - \cos t}{t - \sin t} \underset{0}{\sim} \frac{t^2/2}{t^3/6}$$

   et donc $\dfrac{y(t) - y(0)}{x(t) - x(0)} \xrightarrow[t \to 0^+]{} +\infty$. Par conséquent, la courbe possède une tangente de pente verticale au point $M(0)$.


4
3
2
1
0
−1
$y(t)$
−1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
$x(t)$
Courbe paramétrée