

Exercice n° 1

On note, pour $n \in \mathbb{N}$, $P_n = 1 - \frac{X}{1!} + \frac{X(X-1)}{2!} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{X(X-1)\dots(X-n)}{(n+1)!}$.

On calcule les premiers polynômes de la suite $(P_n)_n$ et on conjecture une factorisation :

$$\forall n \in \mathbb{N}, P_n = (-1)^n \frac{\prod_{i=1}^n (X-i)}{n!}$$

On démontre ensuite cette conjecture par récurrence.

Exercice n° 2

La démonstration de l'hérédité est correcte mais, puisqu'on enlève successivement deux stylos de la trousse, elle en contient donc au moins deux. Pour que le principe de récurrence s'applique, il aurait fallu initialiser la propriété pour $n = 2$. Or, une trousse peut contenir deux stylos de couleurs différentes.
