

**Exercice 1** Calcul différentiel

On définit la fonction  $f : (x, y) \mapsto x^2 - 2xy + 2y^2 + e^{-x}$  sur  $\mathbb{R}^2$

- Q1** Etablir que l'équation  $e^{-x} = x$  admet une unique solution sur  $\mathbb{R}$
- Q2** Démontrer que  $f$  possède un unique point critique  $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$
- Q3** À l'aide de la matrice hessienne, démontrer que  $f$  admet un extremum local en  $(x_0, y_0)$

Est ce un minimum ou un maximum ?