Fiche n° 3. Étude des circuits électriques I

Réponses

3.1 .... $\boxed{\text{b}}$

3.2 .... $\boxed{2{,}5 \cdot 10^{17}}$

3.3 a) .... $\boxed{2i}$

3.3 b) .... $\boxed{i}$

3.3 c) .... $\boxed{0}$

3.4 a) .... $\boxed{80\,\text{mA}}$

3.4 b) .... $\boxed{30\,\text{mA}}$

3.4 c) .... $\boxed{-350\,\text{mA}}$

3.5 a) .... $\boxed{E - U_1}$

3.5 b) .... $\boxed{U_1 - E}$

3.5 c) .... $\boxed{E - U_1}$

3.6 a) .... $\boxed{1\,\text{V}}$

3.6 b) .... $\boxed{-6\,\text{V}}$

3.6 c) .... $\boxed{7\,\text{V}}$

3.7 a) .... $\boxed{-\dfrac{u}{R}}$

3.7 b) .... $\boxed{\dfrac{u}{2R}}$

3.7 c) .... $\boxed{\dfrac{u}{3R}}$

3.8 a) .... $\boxed{\dfrac{5}{6}R}$

3.8 b) .... $\boxed{\dfrac{R}{5}}$

3.8 c) .... $\boxed{\dfrac{R}{N}}$

3.8 d) .... $\boxed{R\left(\dfrac{1-a^2}{3-a^2}\right)}$

3.9 a) .... $\boxed{1\,\text{k}\Omega}$

3.9 b) .... $\boxed{1\,\text{k}\Omega}$

3.9 c) .... $\boxed{1\,\text{k}\Omega}$

3.10 .... $\boxed{\dfrac{4R(R+R')}{2R+R'}}$

3.11 a) .... $\boxed{2R}$

3.11 b) .... $\boxed{R}$

3.11 c) .... $\boxed{0}$

3.12 a) .... $\boxed{\dfrac{I_0}{3}}$

3.12 b) .... $\boxed{\dfrac{R_2}{R_1+R_2}I_0}$

3.13 a) .... $\boxed{\dfrac{1}{4}Ri + Ri_1}$

3.13 b) .... $\boxed{\dfrac{13}{4}Ri - 3Ri_1}$

3.14 a) .... $\boxed{\dfrac{E}{R}}$

3.14 b) .... $\boxed{\dfrac{3E}{4R}}$

3.15 a) .... $\boxed{\dfrac{ER_1}{R_1+R_2+R_3+R_4}}$

3.15 b) .... $\boxed{\dfrac{E(R_2+R_3)}{R_1+R_2+R_3+R_4}}$

3.15 c) .... $\boxed{\dfrac{-ER_4}{R_1+R_2+R_3+R_4}}$

3.16 a) .... $\boxed{2}$

3.16 b) .... $\boxed{3}$

3.17 a) .... $\boxed{\dfrac{3}{4}R}$

3.17 b) .... $\boxed{\dfrac{3}{4}E}$

3.17 c) .... $\boxed{-\dfrac{E}{4}}$

3.18 a) .... $\boxed{\dfrac{3E}{8R}}$

3.18 b) .... $\boxed{\dfrac{E}{4R}}$

3.18 c) .... $\boxed{-\dfrac{E}{8R}}$

Corrigés

3.1 Calculons le nombre d'électrons transférés pendant une seconde :

- 5 000 électrons durant 1 ms correspond à $5 \cdot 10^6\,\text{s}^{-1}$;
- 0,2 mol d'électrons durant 1 an correspond à

$$0{,}2\,\text{mol} \times 6{,}0 \cdot 10^{23}\,\text{mol}^{-1} / \big(365\,\text{jour} \cdot \text{an}^{-1} \times 24\,\text{h} \cdot \text{jour}^{-1} \times 3\,600\,\text{s} \cdot \text{h}^{-1}\big) = 3{,}8 \cdot 10^{15}\,\text{s}^{-1}\ ;$$

- 20 milliards d'électrons durant 1 min correspond à $\dfrac{20 \times 10^9\,\text{min}^{-1}}{60\,\text{min/h}^{-1}} = 3{,}3 \cdot 10^8\,\text{s}^{-1}$.

Par conséquent, c'est le courant b qui donne la plus grande intensité.

....

3.2 La quantité de charge transférée vaut $q = I \times \Delta t = 4 \times 10^{-3}\,\mathrm{A} \times 10\,\mathrm{s} = 40\,\mathrm{mC}$. Cette quantité de charge correspond à un nombre d'électrons $N = q/e = 40 \times 10^{-3}\,\mathrm{C}/1{,}6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C} = 2{,}5 \cdot 10^{17}$ électrons.

....

3.5 a) La loi des mailles donne la relation : $U + U_1 - E = 0$ soit $U = E - U_1$.

....

3.5 b) Les points A et C sont au même potentiel, ainsi que les points B et D. Par conséquent, la tension $U_{\mathrm{AB}} = U_{\mathrm{CD}} = -U_{\mathrm{DC}} = -U$. Donc, $U_{\mathrm{AB}} = U_1 - E$.

....

3.5 c) D est au même potentiel que B de sorte que $U_{\mathrm{DA}} = U_{\mathrm{BA}} = -U_{\mathrm{AB}}$. On trouve donc $U_{\mathrm{DA}} = E - U_1$.

....

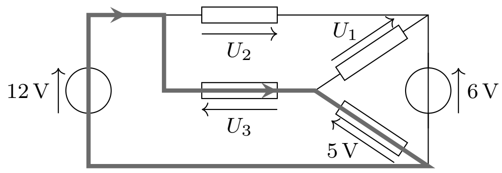
3.6 a) Dans la maille triangulaire, on a $6 = U_1 + 5$, soit $U_1 = 1\,\mathrm{V}$.

....

3.6 b) Dans la grande maille rectangulaire, la loi des mailles donne $12 + U_2 - 6 = 0$, soit $U_2 = -6\,\mathrm{V}$.

....

3.6 c)



Dans la maille surlignée et parcourue dans le sens indiqué, on trouve la relation $12 - U_3 - 5 = 0$, ce qui donne $U_3 = 7\,\mathrm{V}$.

....

3.7 a) La loi d'Ohm s'écrit $u = Ri$ en convention récepteur et $u = -Ri$ en convention générateur. Ici la résistance est fléchée en convention générateur. Ainsi, on trouve $i = -u/R$.

....

3.7 b) La loi d'Ohm donne $u = 2Ri$ soit $i = \dfrac{u}{2R}$.

....

3.7 c) La résistance est fléchée en convention générateur : on a $u = -(3R) \times (-i)$, d'où $i = \dfrac{u}{3R}$.

....

3.8 a) $R_{\mathrm{eq}} = \dfrac{R}{2} + \dfrac{R}{3} = \dfrac{5}{6}R$.

....

3.8 b) $\dfrac{1}{R_{\mathrm{eq}}} = \dfrac{2}{R} + \dfrac{3}{R} = \dfrac{5}{R}$, soit $R_{\mathrm{eq}} = \dfrac{R}{5}$.

....

3.8 c) $\dfrac{1}{R_{\mathrm{eq}}} = \underbrace{\dfrac{1}{R} + \ldots + \dfrac{1}{R}}_{N \text{ fois}} = \dfrac{N}{R}$, d'où $R_{\mathrm{eq}} = \dfrac{R}{N}$.

....

3.8 d) La résistance équivalente R_{eq} est telle que :

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R(1+a)} + \frac{1}{R(1-a)} = \frac{1}{R}\left(1 + \frac{1}{1+a} + \frac{1}{1-a}\right) = \frac{1}{R}\left(1 + \frac{2}{1-a^2}\right) = \frac{1}{R}\left(\frac{3-a^2}{1-a^2}\right).$$

On en déduit $R_{\text{eq}} = R\left(\dfrac{1-a^2}{3-a^2}\right)$.

....

3.9 a) En associant les deux résistances en série, on se ramène à deux résistances de $2\,\text{k}\Omega$ en parallèle, ce qui est équivalent à une résistance de $1\,\text{k}\Omega$.

....

3.9 b) En répétant la méthode précédente plusieurs fois, on arrive au même résultat.

....

3.10 La résistance équivalente du dipôle AB vaut $R_{\text{eq}} = 2R + \dfrac{2RR'}{2R+R'}$ soit $R_{\text{eq}} = \dfrac{4R(R+R')}{2R+R'}$.

....

3.11 a) On doit résoudre

$$\frac{4R(R+R')}{2R+R'} = 3R \quad \text{soit} \quad 4R^2 + 4RR' = 6R^2 + 3RR' \quad \text{d'où} \quad RR' = 2R^2.$$

Comme $R \neq 0$, on obtient $R' = 2R$.

....

3.11 b) On doit résoudre

$$\frac{4R(R+R')}{2R+R'} = \frac{8}{3}R \quad \text{soit} \quad 12R^2 + 12RR' = 16R^2 + 8RR' \quad \text{d'où} \quad 4RR' = 4R^2.$$

Comme $R \neq 0$, on obtient $R' = R$.

....

3.11 c) Résolvons l'équation

$$\frac{4R(R+R')}{2R+R'} = 2R \quad \text{soit} \quad 4R^2 + 4RR' = 4R^2 + 2RR' \quad \text{d'où} \quad 2RR' = 0.$$

Comme $R \neq 0$, il faut nécessairement $R' = 0$.

....

3.12 b) Isolons I :

$$\begin{aligned} R_1 I + R_2(I_0 + I) &= 2R_2 I_0 \\ (R_1 + R_2)I + R_2 I_0 &= 2R_2 I_0 \\ (R_1 + R_2)I &= R_2 I_0 \\ I &= \frac{R_2}{R_1 + R_2} I_0. \end{aligned}$$

....

3.13 a) Appliquons la loi des mailles en parcourant la maille dans le sens ABCF :

$$E - \frac{1}{4}Ri - Ri_1 = 0 \quad \text{soit} \quad E = \frac{1}{4}Ri + Ri_1.$$

....

3.13 b) Appliquons la loi des mailles en parcourant la maille dans le sens ABDE :

$$E - \frac{1}{4}Ri - 3R(i - i_1) = 0 \quad \text{d'où} \quad E = \frac{13}{4}Ri - 3Ri_1.$$

3.14 a) Additionnons les deux relations après avoir multiplié par 3 la première

$$\begin{cases} 3Ri + 12Ri_1 = 12E \\ 13Ri - 12Ri_1 = 4E \end{cases} \quad \text{donnent ainsi} \quad 16Ri = 16E \quad \text{d'où} \quad i = \frac{E}{R}.$$

3.14 b) Dans la première relation, remplaçons i par E/R :

$$R \times \left(\frac{E}{R}\right) + 4Ri_1 = 4E \quad \text{donc} \quad 4Ri_1 = 3E \quad \text{d'où} \quad i_1 = \frac{3E}{4R}.$$

3.15 a) Rappelons la règle du diviseur de tension :

Dans un circuit où N conducteurs de résistances $R_1, \dots, R_N$ sont placés en série, la tension U_k qui règne aux bornes de la résistance R_k est donnée par la formule

$$U_k = \frac{R_k}{R_1 + R_2 + \cdots + R_N} U \quad \text{avec} \quad U = \sum_{i=1}^{N} U_i.$$

Ici, cela donne $U_1 = E \times \dfrac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$.

3.15 b) Ici, on cherche la tension aux bornes de l'ensemble des résistances $\{R_2, R_3\}$ placés en série et donc équivalent à $R_2 + R_3$. La règle du diviseur donne alors $U_2 = E \times \dfrac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$.

3.15 c) Attention, ici il y a un piège. La loi du diviseur de tension donne $U_3 = U\dfrac{R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$ où U est la somme algébrique des tensions orientées dans le même sens que la tension que l'on cherche. Aussi a-t-on $U = -E$ de sorte que $U_3 = -E \times \dfrac{R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4}$.

3.16 a) La formule du diviseur de courant donne $\dfrac{i_1}{i} = \dfrac{1/(\alpha R)}{1/(\alpha R) + 1/R}$. Par conséquent, α doit vérifier l'équation

$$\frac{1}{1 + \alpha} = \frac{1}{3} \quad \text{c'est-à-dire} \quad \alpha = 2.$$

3.16 b) On peut utiliser les formules du diviseur de courant :

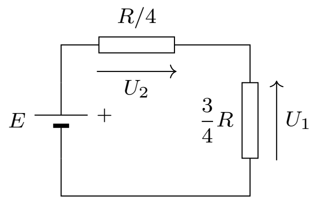
$$i_1 = i \times \frac{1/(\alpha R)}{1/(\alpha R) + 1/R} \quad \text{et} \quad i_2 = i \times \frac{1/R}{1/(\alpha R) + 1/R}$$

ce qui permet de déduire $i_2/i_1 = \alpha$. La solution est donc $\alpha = 3$.

On peut aussi tout simplement écrire la loi des mailles : $\alpha Ri_1 = Ri_2$ pour aboutir plus immédiatement au résultat.

3.17 a) L'association $(R \parallel 3R)$ est équivalent à un conducteur de résistance $R_{\text{eq}} = \dfrac{R \times 3R}{R + 3R} = \dfrac{3}{4}R$.

3.17 b) Simplifions le montage en remplaçant l'association $(R \parallel 3R)$ par un conducteur de résistance $R_{\text{eq}} = \dfrac{3}{4}R$.



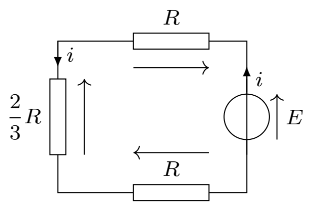
On reconnaît un diviseur de tension. La formule du diviseur donne $U_1 = E \times \dfrac{\frac{3}{4}R}{\frac{1}{4}R + \frac{3}{4}R} = \dfrac{3}{4}E$.

3.17 c) Là encore on peut utiliser la formule du diviseur de tension en faisant attention à l'orientation :

$$-U_2 = E \times \frac{\frac{1}{4}R}{\frac{1}{4}R + \frac{3}{4}R} \quad \text{soit} \quad U_2 = -\frac{E}{4}.$$

Remarque : on peut aussi obtenir U_2 à l'aide de la loi des mailles : $E + U_2 - U_1 = 0$ avec $U_1 = \dfrac{3}{4}E$.

3.18 a) Remplaçons l'association $(2R \parallel R)$ par un conducteur de résistance $R_{\text{eq}} = \dfrac{2R \times R}{2R + R} = \dfrac{2}{3}R$. On obtient le circuit à une maille suivant :



La loi des mailles donne alors $E - Ri - \dfrac{2}{3}Ri - Ri = 0$, d'où $i = \dfrac{3}{8}\dfrac{E}{R}$.

3.18 b) La formule du diviseur donne

$$i_1 = \frac{1/R}{1/R + 1/(2R)} \times i = \frac{2}{3}i = \frac{E}{4R}.$$

3.18 c) Le plus simple consiste à utiliser la loi des nœuds : $i + i_2 = i_1$ ce qui donne $i_2 = i_1 - i = -\dfrac{E}{8R}$.
On peut aussi utiliser la formule du diviseur de courant en faisant attention à l'orientation des courants :

$$-i_2 = \frac{1/(2R)}{1/R + 1/(2R)} \times i = \frac{1}{3}i = \frac{E}{8R}.$$