Définition

$f : A \to B$ **est surjective**

FONCTIONS

Définition

$f : A \to B$ **est injective**

FONCTIONS

Définition

$f : A \to B$ **est bijective**

FONCTIONS

Définition

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = \ell$$

FONCTIONS

Définition

f **est continue en** x_0

FONCTIONS

Définition

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty$$

FONCTIONS

Définition

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = -\infty$$

FONCTIONS

Définition

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \ell$$

FONCTIONS

Définition

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$

FONCTIONS

Théorème

Théorème des Valeurs Intermédiaires

FONCTIONS

$$\forall (a,a') \in A^2 \ , \ f(a) = f(a') \Longrightarrow a = a'$$

Tous les éléments de B ont au plus un antécédent par f dans A

$$\forall b \in B, \ \exists a \in A \ / \ f(a) = b$$

Tous les éléments de B ont au moins un antécédent par f dans A

$$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0 / \forall x \in \mathscr{D}_f, \ |x - x_0| \leq \delta \Longrightarrow |f(x) - \ell| \leq \varepsilon$$

En termes de voisinages :

$$\forall V_{\text{vois. de } \ell}, \ \exists \widehat{V}_{\text{vois. de } x_0} \ / \ \forall x \in \mathscr{D}_f, \ x \in \widehat{V} \Longrightarrow f(x) \in V$$

$$\forall b \in B, \ \exists! a \in A \ / \ f(a) = b$$

Tous les éléments de B ont exactement un antécédent par f dans A

$$\forall M \in \mathbb{R}, \ \exists \delta > 0 \ / \ \forall x \in \mathscr{D}_f, \ |x - x_0| \leq \delta \Longrightarrow f(x) \geq M$$

En termes de voisinages :

$$\forall V_{\text{vois.}+\infty}, \ \exists \widehat{V}_{\text{vois. de } x_0} \ / \ \forall x \in \mathscr{D}_f, \ x \in \widehat{V} \Longrightarrow f(x) \in V$$

f est définie en x_0 et $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$

$$\forall \varepsilon > 0, \ \exists \delta > 0 \ / \ \forall x \in \mathscr{D}_f, \quad |x - x_0| \leq \delta \Longrightarrow |f(x) - f(x_0)| \leq \varepsilon$$

$$\forall \varepsilon > 0, \exists M \in \mathbb{R} / \forall x \in \mathscr{D}_f, \ x \geq M \Longrightarrow |f(x) - \ell| \leq \varepsilon$$

En termes de voisinages :

$$\forall V_{\text{vois. de } \ell}, \ \exists \widehat{V}_{\text{vois.}+\infty} \ / \ \forall x \in \mathscr{D}_f, \ x \in \widehat{V} \Longrightarrow f(x) \in V$$

$$\forall M \in \mathbb{R}, \ \exists \delta > 0 \ / \ \forall x \in \mathscr{D}_f, \ |x - x_0| \leq \delta \Longrightarrow f(x) \leq M$$

En termes de voisinages :

$$\forall V_{\text{vois.}-\infty}, \ \exists \widehat{V}_{\text{vois. de } x_0} \ / \ \forall x \in \mathscr{D}_f, \ x \in \widehat{V} \Longrightarrow f(x) \in V$$

Soit f, définie et continue sur $[a;b]$.

Pour tout k entre $f(a)$ et $f(b)$, il existe (au moins) un $c \in [a;b]$ tel que $f(c) = k$.

Remarques :

- donne l'existence de solution à des équations ;
- si f est strictement monotone, on gagne l'unicité.

$$\forall A \in \mathbb{R}, \exists M \in \mathbb{R} / \forall x \in \mathscr{D}_f, \ x \geq M \Longrightarrow f(x) \geq A$$

En termes de voisinages :

$$\forall V_{\text{vois.}+\infty}, \ \exists \widehat{V}_{\text{vois.}+\infty} \ / \ \forall x \in \mathscr{D}_f, \ x \in \widehat{V} \Longrightarrow f(x) \in V$$