Phénomènes de transport 1
Transport de charge

Compétences

- ❏ Passer d'une description microscopique (porteurs de charges, vitesse des porteurs) aux grandeurs mésoscopiques ρ et $\vec{\jmath}$.
- ❏ Écrire l'intensité comme le flux du vecteur densité de courant électrique à travers une surface orientée.
- ❏ Établir, en coordonnées cartésiennes, l'équation locale traduisant la conservation de la charge électrique.
- ❏ Énoncer l'équation locale et en interpréter chacun des termes.
- ❏ Définir une ligne de courant et un tube de courant.
- ❏ Exploiter le caractère conservatif du vecteur densité de courant électrique en régime stationnaire et relier cette propriété à la loi des nœuds usuelle de l'électrocinétique.
- ❏ Relier le vecteur densité de courant au champ électrique dans un conducteur ohmique.
- ❏ Citer des ordres de grandeur de la conductivité.
- ❏ Établir, en régime stationnaire, une expression de la conductivité électrique à l'aide d'un modèle microscopique.
- ❏ Établir l'expression de la résistance d'un câble cylindrique parcouru uniformément par un courant parallèle à son axe.
- ❏ Établir l'expression de la puissance volumique reçue par un conducteur ohmique.
- ❏ Interpréter l'effet Joule.

Questions de cours des interrogations orales

- ❏ Relier le courant traversant une surface infinitésimale, puis finie, au vecteur densité de courant.
- ❏ Établir l'équation locale de conservation de la charge grâce à un bilan à 1D en coordonnées cartésiennes et généraliser à 3D. Retrouver cette équation à partir des équations de Maxwell.
- ❏ Montrer que $\vec{\jmath}_{élec}$ est à flux conservatif en régime stationnaire.
- ❏ Établir la loi d'Ohm locale dans le cadre du modèle de Drude.
- ❏ Établir la résistance d'un barreau cylindrique à partir de la loi d'Ohm locale.
- ❏ Établir l'expression de la densité volumique de puissance cédée aux porteurs de charge par le champ électrique.

Entrainements

❏ 3.1 ❏ 3.2 ❏ 3.3 ❏ 4.1 ❏ 4.6

Exercices

❏ Exercice 1 ❏ Exercice 2 ❏ Exercice 3 ❏ Exercice 4 ❏ Exercice 5 ❏ Exercice 6
❏ Exercice 7 ❏ Exercice 8

Devoirs maison

❏ DM 1

Résumé du cours

1. Différentes descriptions de la charge électrique

1.1. Description macroscopique (OdG : cm)

Certains objects peuvent posséder une charge électrique. La charge électrique se mesure en Coulomb (C).

Exemple

Les armatures des condensateurs possèdent une charge électrique.

Dans un milieu conducteur, un courant électrique peut apparaitre. Le courant électrique se mesure en Ampère (A).

Le courant électrique est le débit de charge passant à travers une section.

Courant électrique ♥

$$I = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}$$

Avec
- I le courant électrique (A)
- Q la charge électrique (C)
- t le temps (s)

1.2. Description microscopique (OdG : 10^{-10} m)

Au niveau microscopique, la charge est portée par des particules chargées appelées « porteurs de charge ».

Exemple

Électrons, protons, ions dans une solution, positons, noyau d'atome, trous dans les semi-conducteurs.

Ces particules peuvent être fixes (comme les noyaux d'atomes dans un cristal) ou libres (comme certains électrons dans les métaux.)

Les charges libres sont toujours animées d'un mouvement d'agitation. Le mouvement d'agitation peut être accompagné d'un mouvement global.

Schéma : Agitation et mouvement global

1.3. Description mésoscopique

Une troisième échelle, intermédiaire, est nécessaire pour
- décrire des systèmes pour lesquels la charge et le courant ne sont pas les mêmes partout,
- passer des propriétés microscopiques des matériaux à leurs propriétés macroscopiques.

L'échelle mésoscopique est très petite devant d'échelle macroscopique.

L'échelle mésoscopique est très grande devant l'échelle microscopique. Un système mésoscopiques contient un grand nombre de porteurs de charge.

Schéma : Système mésoscopique

Il y a constamment des particules qui rentrent et qui sortent du système mésoscopique. Comme le système est très grand, les fluctuations dues à l'agitation sont négligeables.

Le système volumique permet de définir des grandeurs locales.

Densité particulaire ♥

$$n = \frac{\delta N}{\delta V}$$

Avec
- n la densité particulaire ($\mathrm{m^{-3}}$)
- δN le nombre de particules dans un système mésoscopique autour de M (sans unité)
- δV le volume du système mésoscopique autour de M ($\mathrm{m^3}$)

Densité volumique de charge ♥

$$\rho = \frac{\delta Q}{\delta V}$$

Avec
- ρ la densité volumique de charge ($\mathrm{C\,m^{-3}}$)
- δQ la charge dans un système mésoscopique autour de M (C)
- δV le volume du système mésoscopique autour de M ($\mathrm{m^3}$)

Densité volumique de charge et densité particulaire ♥ ✍[1]

Hypothèse : Tous les porteurs de charge sont identiques

$$\rho = nq$$

Avec
- ρ la densité volumique de charge ($\mathrm{C\,m^{-3}}$)
- n la densité particulaire ($\mathrm{m^{-3}}$)
- q la charge d'un porteur de charge (C)

Lorsqu'il y a plusieurs types de porteurs de charge, il faut sommer la contributions de chacun : $\rho = \sum_{\text{types de porteurs de charge}} n_i q_i$.

Application ✍[2]

Le fer $_{26}\mathrm{Fe}$ a pour masse volumique $\rho = 7.9\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$ et une masse molaire $M = 56\,\mathrm{g\,mol^{-1}}$. Calculer la densité particulaire de noyaux de fer, la densité particulaire d'électrons et enfin la densité volumique de charge.

2. Déplacement global de charge

2.1. Le vecteur densité de courant électrique

Pour rendre compte du déplacement global des porteurs de charge, on définit le vecteur densité de courant électrique.

Vecteur densité de courant électrique ♥

$$\delta I = \vec{\jmath}_{\acute{e}lec} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}S}$$

Avec
- $\vec{\jmath}_{\acute{e}lec}$ le vecteur densité de courant électrique ($\mathrm{A\,m^{-2}}$)
- δI le courant traversant une surface infinitésimale (A)
- $\overrightarrow{\mathrm{d}S}$ une surface infinitésimale ($\mathrm{m^2}$)

Vecteur densité de courant électrique ♥ ✍[3]

Hypothèse : Tous les porteurs de charge libres sont identiques

$$\vec{\jmath}_{\acute{e}lec} = n_{\text{libre}} q \vec{v} = \rho_{\text{libre}} \vec{v}$$

Avec
- $\vec{\jmath}_{\acute{e}lec}$ le vecteur densité de courant électrique ($\mathrm{A\,m^{-2}}$)
- n_{libre} la densité particulaire de porteurs de charge libres ($\mathrm{m^{-3}}$)
- q la charge d'un porteur de charge (C)
- v la vitesse **moyenne** des porteurs de charge libres ($\mathrm{m\,s^{-1}}$)
- ρ_{libre} la densité volumique de charge des porteurs de charge libres ($\mathrm{C\,m^{-3}}$)

Lorsqu'il y a plusieurs types de porteurs de charge, il faut sommer la contributions de chacun : $\vec{\jmath}_{\acute{e}lec} = \sum_{\text{types de porteurs de charge}} n_i q_i \vec{v}_i = \sum_{\text{types de porteurs de charge}} \rho_i \vec{v}_i$.

2.2. Grandeurs locales et globales

Le vecteur densité de courant électrique (propriété locale) peut être reliée au courant électrique (propriété globale).

Courant électrique

$$I = \iint_S \delta I = \iint_S \vec{\jmath}_{\acute{e}lec} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}S}$$

Avec
- I le courant électrique (A)
- $\vec{\jmath}_{\acute{e}lec}$ le vecteur densité de courant électrique ($\mathrm{A\,m^{-2}}$)

2.3. Conservation de la charge

La charge est une grandeur conservative. La variation de charge est uniquement due à un transfert de charge, c'est-à-dire un courant électrique.

Équation locale de conservation de la charge ♥ ✍[4]

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\mathrm{div}\left(\vec{\jmath}_{\acute{e}lec}\right)$$

Avec
- ρ la densité volumique de charge ($\mathrm{C\,m^{-3}}$)
- $\vec{\jmath}_{\acute{e}lec}$ le vecteur densité de courant électrique ($\mathrm{A\,m^{-2}}$)

L'équation locale de conservation de la charge peut également s'obtenir à partir des équations de Maxwell.

Application ✍[5]

Démontrer l'équation locale de conservation de la charge en utilisant les équations de Maxwell-Gauss et de Maxwell-Ampère.

2.4. Équation de conservation de la charge en régime stationnaire

En régime stationnaire, l'équation de conservation de la charge s'écrit $\mathrm{div}\, \vec{\jmath}_{\acute{e}lec} = 0$, le vecteur densité de courant électrique est donc à flux conservatif en régime stationnaire.

Application ✍[6]

Démontrer que le vecteur densité de courant électrique est à flux conservatif en régime stationnaire.

Application ✍7

Démontrer la loi des nœuds en régime stationnaire.

3. Courant dans un métal : le modèle de Drude

3.1. Description microscopique d'un métal

Les matériaux conducteurs d'électricité sont nombreux.

Exemple

Les solutions ioniques, les plasmas, les semi-conducteurs, les métaux (cuivre, or, acier, bronze, ...) sont des milieux conducteurs.

On s'intéressera dans la suite uniquement aux corps simples[1] cristallin métaux et semi-conducteurs. Les résultats pourront être généralisés à tout métal mais **pas** à tout.e conducteur, semi-conducteur ou solution ionique.

Un métal est un cristal ionique dans lequel certains électrons de Valence sont libres de se déplacer. Les électrons libres de se déplacer sont appelés électrons de conduction et forment la « mer d'électrons » qui transporte la charge macroscopiquement.

Le modèle de Drude est un modèle classique du déplacement des électrons dans un cristal. Dans le modèle de Drude, les électrons de conduction ont des mouvements désordonnés dans le réseau cristallin du fait des collisions avec les atomes du réseau. La vitesse de l'électron est aléatoire après la collision et toutes les directions sont équiprobables.

En l'absence de champ électrique, la vitesse moyenne des électrons est nulle. En présence d'un champ électrique, les électrons se déplacent globalement dans le sens opposé au champ électrique.

Schéma : Mouvement désordonné des électrons de conduction à l'échelle microscopique

3.2. Conducteur soumis à un champ électrique

Les interactions entre électrons et atomes du réseau cristallin sont modélisées par une force de frottement fluide.

Force modélisant les interactions entre les électrons et le métal dans le modèle de Drude ♥

Hypothèse : Le conducteur est un métal ou un semi-conducteur cristallin.

$$\vec{F} = -\frac{m_e}{\tau}\vec{v}$$

Avec

- F la force modélisant les interactions entre les électrons et le métal dans le modèle de Drude (N)
- m_e la masse d'un électron (kg)
- τ la durée moyenne entre deux collisions entre un électron et un atome du réseau cristallin (s)
- v la vitesse **moyenne** des porteurs de charge libres ($\mathrm{m\,s^{-1}}$)

[1]Un corps simple est une substance chimique constituée d'un seul type d'atome.

Application ✍8

On s'intéresse à un électron d'un métal dans un champ électrique. Démontrer que la vitesse moyenne d'un électron soumis uniquement à la force de Lorentz et subissant des chocs avec le réseau cristallin est la même que celle d'un électron soumis à la force de Lorentz et à la force de frottement fluide ci-dessous.

Application ✍9

Déterminer la vitesse limite atteinte par un électron dans un métal plongé dans un champ électrique.

La durée du régime transitoire est très courte. On considère que les électrons se déplacent toujours à leur vitesse limite.

Loi d'Ohm locale ♥ ✍10

Hypothèses :
- *Le conducteur est un métal ou un semi-conducteur cristallin.*
- *La durée moyenne entre deux chocs est négligeable devant la durée caractéristique de variation du champ électrique.*

$$\vec{\jmath}_{élec} = \gamma \vec{E}$$

avec $\gamma = \frac{n_{\text{libre}} e^2}{m_e} \tau$

Avec
- $\vec{\jmath}_{\text{élec}}$ le vecteur densité de courant électrique ($\mathrm{A\,m^{-2}}$)
- $\vec{E}$ le champ électrique ($\mathrm{V\,m^{-1}}$)
- γ la conductivité électrique ($\mathrm{S\,m^{-1}}$)
- n_{libre} la densité particulaire de porteurs de charge libres ($\mathrm{m^{-3}}$)
- e la charge élémentaire (C)
- m_e la masse d'un électron (kg)
- τ la durée moyenne entre deux collisions entre un électron et un atome du réseau cristallin (s)

La résistivité est l'inverse de la conductivité. La résistivité se mesure en $\Omega\,\mathrm{m}$.

Exemple

La conductivité du cuivre pur est de $6 \cdot 10^7\,\mathrm{S\,m^{-1}}$.

Application ✍11

Calculer la durée moyenne entre deux chocs pour le cuivre pur. Justifier de l'hypothèse selon laquelle le régime permanent est très rapidement atteint.

3.3. Lien avec la loi d'Ohm intégrale

La loi d'Ohm est une conséquence de la loi d'Ohm locale.

Résistance d'un barreau cylindrique ♥ ✍12

Hypothèses :
- *Le conducteur est un métal ou un semi-conducteur cristallin.*
- *La durée moyenne entre deux chocs est négligeable devant la durée caractéristique de variation du champ électrique.*
- *Le conducteur est cylindrique.*

$$R = \frac{L}{\gamma S}$$

Avec
- R la résistance électrique (Ω)
- L la longueur du conducteur (m)
- γ la conductivité électrique ($\mathrm{S\,m^{-1}}$)
- S la section du conducteur ($\mathrm{m^2}$)

3.4. subsection{Aspect énergétique

La puissance reçue par l'électron de la part du champ électrique est dissipée sous forme de chaleur à chaque choc avec le réseau cristallin. C'est la source de l'effet Joule.

Densité volumique de puissance dissipée par effet Joule ♥ ✍[13]

$$p_{\text{vol}} = \vec{\jmath}_{élec} \cdot \vec{E}$$

Avec
- p_{vol} la densité volumique de puissance dissipée par effet Joule ($\mathrm{W\,m^{-3}}$)
- $\vec{\jmath}_{élec}$ le vecteur densité de courant électrique ($\mathrm{A\,m^{-2}}$)
- $\vec{E}$ le champ électrique ($\mathrm{V\,m^{-1}}$)

Application ✍[14]

Retrouver l'expression de la puissance dissipée par effet Joule dans un barreau cylindrique de section S et de longueur L à partir de la formule ci-avant.

3.5. Discussion de la validité du modèle

Application ✍[15]

Calculer la durée moyenne entre deux chocs pour le cuivre. On donne $\mathcal{N}_a = 6.02 \cdot 10^{23}\ \mathrm{mol^{-1}}$, $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$, $e = 1.6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$, $\mu_{\mathrm{Cu}} = 8.96\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$, $M_{\mathrm{Cu}} = 63.5\,\mathrm{g\,mol^{-1}}$. La vitesse typique des électrons dans un métal est de $10^6\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. Calculer le libre parcours moyen d'un électron. Le comparer à la distance interatomique dans un cristal.

Il semble peu probable qu'un électron puisse voyager aussi longtemps dans le cristal sans subit de choc.

Le modèle de Drude explique bien la conduction électrique dans les métaux dans les conditions usuelles. Toutefois, le modèle de Drude possède des limites.

Un modèle plus précis devrait prendrait en compte l'interaction entre l'électron et le réseau cristallin de façon quantique.

Méthodes

1. Déterminer la résistance d'un conducteur électrique

1. Déterminer la relation entre $\vec{\jmath}$ et $\vec{E}$.
2. Intégrer cette relation sur une ligne de champ pour faire apparaitre la différence de potentiels.
3. Intégrer cette relation sur une section pour faire apparaitre le courant.
4. On trouve une relation de proportionnalité entre U et I. R est le coefficient de proportionnalité.

2. Effectuer un bilan des forces sur un porteur de charge

- Le terme $q\vec{E}$ est toujours présent.
- Le terme $q\vec{B} \wedge \vec{v}$ est présent dès lors qu'il y a un champ magnétique.
- Comment les interactions entre les porteurs de charge et le réseau cristallin sont-elles modélisées ?
  - Par une force de frottement visqueux $-f\vec{v}$ pour tenir compte de l'effet moyen des collisions.
  - Par des collisions qui arrivent occasionnellement et entre lesquelles le porteur de charge est libre de se mouvoir.

3. Déterminer la forme de $\vec{\jmath}$

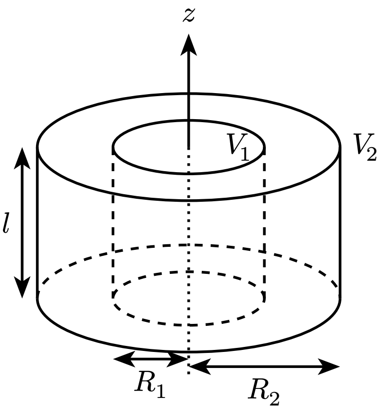
1. La forme de j dépend de la géométrie du conducteur et est liée à la conservation de la charge en régime stationnaire. En régime stationnaire, $\vec{\jmath}$ est à flux conservatif.
2. Déterminer les dépendances de $\vec{\jmath}$.
3. Intégrer $\vec{\jmath}$ sur une surface sur laquelle j est uniforme pour faire apparaitre le courant I.
4. Cette intégrale est constante, ce qui permet d'isoler $\vec{\jmath}$ et d'en déterminer la forme.

Exercices

1. Resistance of a holed cylinder

We study a ohmic conductor which shape is described below in steady state[2]. γ represents the conductivity of the material, and V_1 and $V_2 < V_1$ the electrical potentials inside and outside the tube respectively. I is the total current and $\vec{\jmath}$ the current density vector.

The potential V is supposed to depend only of r.



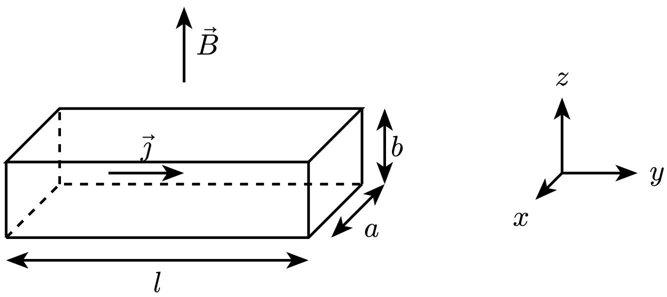
1/ In which direction is $\vec{\jmath}$ oriented ?

2/ Why is the flux of $\vec{\jmath}$ conservative ? By applying this on a cylinders of any radius r, deduce that $\vec{\jmath} = \frac{C}{r}\vec{e}_r$ where C is a constant that you will express as a function of I and l.

3/ By integrating the previous expression between R_1 and R_2 and using Ohm's law, determine the resistance of the tube.

2. Effet Hall

On considère un conducteur ohmique parallélépipédique parcouru par un courant I de vecteur densité de courant $\vec{\jmath}$ uniforme et suivant $\vec{e}_y$. Ce conducteur est plongé dans un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme, stationnaire et dirigé par $\vec{e}_z$.



1/ Faire un bilan des forces s'exerçant sur un électron du conducteur ohmique.

2/ En régime stationnaire, les lignes de courant sont suivant $\vec{e}_y$. En déduire une expression de la composante E_x du champ électrique suivant $\vec{e}_x$ en fonction de la charge e d'un porteur, de leur densité n, de $\vec{\jmath}$ et de $\vec{B}$.

3/ En déduire la différence de potentiel existant entre les faces $x = -\frac{a}{2}$ et $x = \frac{a}{2}$. L'exprimer en fonction de I et d'un paramètre qu'on notera R_{Hall} et dont on donnera l'unité.

4/ L'épaisseur du conducteur vaut $b = 1\,\text{mm}$.

[2] « Steady state » means « régime stationnaire ».

Évaluer la valeur de R_{Hall} pour le champ magnétique terrestre dans le cas du cuivre ($M_{\text{Cu}} = 63.5\,\text{g}\,\text{mol}^{-1}$; $\mu_{\text{Cu}} = 8.96\,\text{g}\,\text{cm}^{-3}$) **puis** d'un semi-conducteur de densité volumique de charges $n = 1.6 \cdot 10^{22}$ m^{-3}. Est-il possible d'utiliser ce dispositif pour mesurer le champ magnétique terrestre dans les deux cas ?

3. 🤔 Magnéto-résistance

Cet exercice est un problème ouvert. Il nécessite de prendre des initiatives et de faire des choix dans la modélisation. Des approximations et des estimations sont souvent nécessaires pour arriver à une solution.

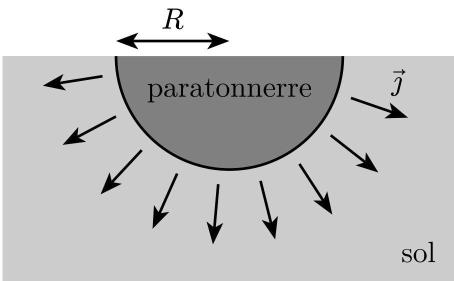
Les cables haute tension ont une résistance linéique de l'ordre de $0.1\,\Omega\,\text{km}^{-1}$. On cherche à faire en sorte que ces cables soient le plus léger possible afin de réduire les coûts des pylônes.

Matériau	Conductivité ($\text{S}\,\text{m}^{-1}$)	Masse volumique ($\text{kg}\,\text{m}^{-3}$)
Cuivre	$6 \cdot 10^{7}$	$8.96 \cdot 10^{3}$
Aluminium	$3.8 \cdot 10^{7}$	$2.7 \cdot 10^{3}$
Graphite	$2 \cdot 10^{4}$	$2.25 \cdot 10^{3}$

Parmi les métaux listés, quel est le plus approprié ?

4. Paratonnerre ⋆

Un paratonnerre est relié à une demi-boule métallique supposée parfaitement conductrice qui sert de contact entre le paratonnerre et le sol. Le sol a une conductivité $\gamma = 1 \cdot 10^{-2}\,\text{S}\,\text{m}^{-1}$. On se place en régime stationnaire.



1/ Justifier que $\vec{\jmath}$ est à flux conservatif. En déduire la dépendance en r de $\vec{\jmath}$.

2/ En déduire l'expression de $V(r)$ en supposant que V vaut 0 à l'infini.

3/ Exprimer le potentiel du paratonnerre en fonction du courant qui le parcourt et introduire la « résistance du sol ».

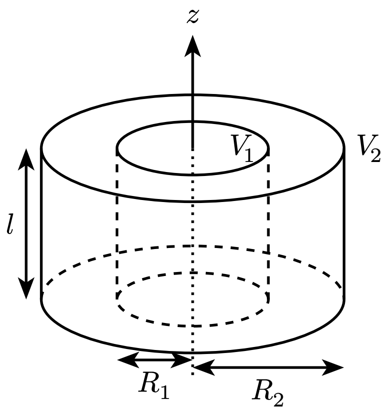
4/ Cette résistance ne doit pas dépasse $30\,\Omega$. Déterminer le rayon minimum de la demi-sphère.

5/ Pour un éclair, le courant peut atteindre $300\,\text{kA}$. Tracer $V(r)$ et faire l'application numérique de $V(R)$ pour une résistance du sol de $30\,\Omega$.

6/ Une personne qui n'a pas les deux pieds à la même distance de la demi-sphère peut avoir ses pieds à un potentiel différent. Sachant que la résistance entre ses pieds est de l'ordre $5\,\text{k}\Omega$ et qu'un courant de $25\,\text{mA}$ à travers le corps peut être dangereux, calculer la distance minimum à laquelle un homme doit se tenir de la demi-sphère en cas d'orage. Comparer à la valeur proposée sur la photo et proposer une explication à l'éventuel écart.

5. Magnéto-résistance ⋆⋆

On considère un cylindre creux plongé dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\vec{B}_0 = B_0\vec{e}_z$. Le cylindre est un conducteur ohmique de conductivité γ et de potentiel V_1 à l'intérieur (rayon R_1) et $V_2 < V_1$ à l'extérieur (rayon R_2). Le courant total est I. Le champ électrique est supposé purement radial : $\vec{E} = E\vec{e}_r$.



1/ On suppose le problème invariant par translation selon z. En s'intéressant aux bords supérieurs du cylindre, quelle conséquence cela a-t-il sur le champ de vitesses $\vec{v}$ des porteurs de charges ?

On note $\vec{v} = v_r\vec{e}_r + v_\theta\vec{e}_\theta$.

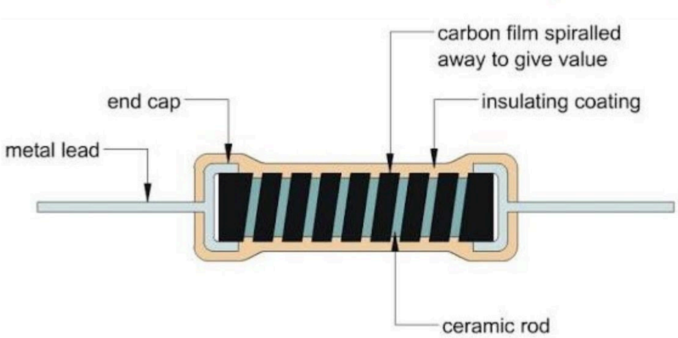
2/ En reprenant le modèle de Drude, déterminer l'expression de la vitesse $\vec{v}$ des porteurs de charges puis $\vec{j}$.

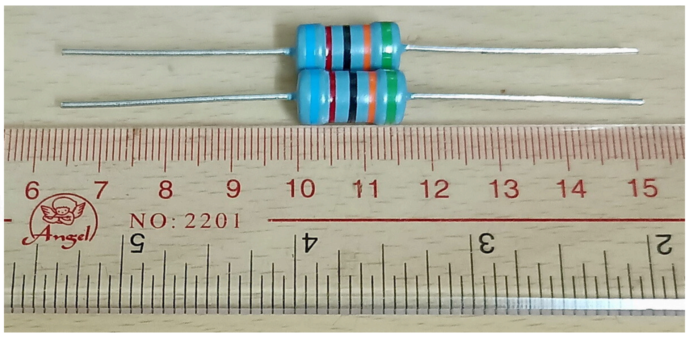
3/ Déterminer l'expression de la résistance R du système.

6. Résistance à film de carbone ⋆⋆

Cet exercice est un problème ouvert. Il nécessite de prendre des initiatives et de faire des choix dans la modélisation. Des approximations et des estimations sont souvent nécessaires pour arriver à une solution.

Les résistances à film de carbone (qui sont celles utilisées en travaux pratiques) sont constituées d'un cylindre en céramique recouvert d'un film de graphite ($\gamma = 2 \cdot 10^4\,\mathrm{S\,m^{-1}}$) de $200\,\mu\mathrm{m}$ d'épaisseur, découpé spirale. Le pas de la spirale est ajusté pour obtenir la résistance désirée.





Quel pas la spirale doit-elle avoir pour obtenir une résistance de $1\,\mathrm{k\Omega}$?

7. Bruit thermique ⋆⋆

Le bruit thermique, ou bruit de Johnson-Nyquist, est un phénomène physique qui se manifeste par des fluctuations aléatoires des grandeurs électriques dans un conducteur en raison de l'agitation des porteurs de charge (électrons).

Pour le modéliser, on s'intéresse à des électrons dans un conducteur soumis à un champ électrique $\vec{E} = E\vec{e}_x$. On suppose que les électrons se déplacent dans la seule direction $\vec{e}_x$.

1/ Que représente τ ?

2/ En l'absence de choc, écrire l'équation différentielle vérifiée par la vitesse $v(t)$ de l'électron.

3/ Compléter le code suivant qui calcule la vitesse de l'électron au cours du temps en l'absence de choc.

```python
import numpy as np

N = 1000 # nombre de pas de temps

E = 100 # champ électrique en V/m
e = ... # charge de l'électron en C
m = ... # masse de l'électron en kg
l = 1e-2 # longueur du conducteur en m

T = 1e-12 # temps total de la simulation en s
dt = ... # pas de temps en s
t = ... # array numpy contenant tous les temps de la simulation

def V():
    v = ... # initialisation du array des vitesses par des vitesses nulles
    for i in range(N-1):
        v[i+1] = ... # calcul de la vitesse à l'instant t[i+1] en fonction de la vitesse à
                     # l'instant t[i] grâce à la méthode d'Euler
    return v
```

Entre t et $t + \mathrm{d}t$, l'électron a une probabilité $\frac{\mathrm{d}t}{\tau}$ de subir une collision. Lors d'une collision, l'électron repart avec une vitesse aléatoire suivant une distribution gaussienne de moyenne nulle et d'écart-type v_0.

4/ On modifie la fonction `V()` définie précédemment pour prendre en compte les collisions :

```python
1  from random import random, gauss
2
3  tau = 1e-14 # temps moyen entre deux collisions en s
4  v0 = 1 # écart-type de la distribution des vitesses après choc en m/s
5
6  def V():
7      v = ... # initialisation du array des vitesses par des vitesses nulles
8      for i in range(N-1):
9          if random() < dt/tau: # l'électron subit une collision
10             v[i+1] = gauss(0, v0) # l'électron subit une collision et repart avec une vitesse aléatoire de
11                                   # moyenne nulle et d'écart-type v0
12         else: # l'électron ne subit pas de collision
13             v[i+1] = ... # calcul de la vitesse à l'instant t[i+1] en fonction de la vitesse à
14                          # l'instant t[i] grâce à la méthode d'Euler
15     return v
```

Sachant que la fonction `random()` renvoie un nombre aléatoire uniformément distribué entre 0 et 1, expliquer la ligne 8.

5/ Justifier que le courant traversant le conducteur s'exprime comme

$$I(t) = -\frac{e}{l} \sum_{i \text{ électrons}} v_i$$

6/ Compléter le code précédent pour qu'il simule le courant traversant le conducteur en fonction du temps pour $N_e = 1000$ électrons. Tracer le graphe $I(t)$.

7/ Graphiquement, estimer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire.

Le coefficient de variation, aussi appelé écart-type relatif est défini par $CV = \frac{\sigma}{\mu}$ où σ est l'écart-type et μ la moyenne.

8/ Calculer le coefficient de variation du courant en régime permanent. L'écart-type peut être calculé avec `np.std()` et la moyenne avec `np.mean()`.

8. 💬 J'explique à mon frère : Normes électriques ⋆⋆

Le but de cet exercice est de vous faire expliquer un concept/phénomène avec des mots simples et courants (pas de vocabulaire technique ou scientifique) à une personne de votre entourage. Tachez de faire simple et court, utilisez des analogies avec des choses connues. Vous pouvez vous inspirer de Ma thèse en 180 secondes. Profitez-en pour prendre des nouvelles !

Les normes électriques contraignent les longueur et sections des câbles en fonction de l'usage qui en est fait. Le tableau ci-dessous donne les longueurs maximales recommandées pour des câbles en cuivre, en fonction de la puissance maximale soutirée pour une tension de 230 .

La norme prévoir une chute de tension maximale de 3 %.

Puissance Max Section de câble	**529 W**	**1058 W**	**1564 W**	**2070 W**	**2645 W**	**3105 W**
0,75 mm²	50	25	17	12	10	8
1 mm²	67	33	22	17	13	11
1,5 mm²	100	50	33	25	20	17
2,5 mm²	165	84	57	43	34	29
4 mm²	265	135	90	68	54	45
6 mm²	395	200	130	100	80	66

Expliquer d'où vient ce tableau.