Programme de la colle 3

Semaine du lundi 29 septembre au vendredi 3 octobre 2025

Liste des questions de cours :

- convergence et sommes des séries géométriques
- convergence et sommes des séries exponentielles
- convergence des séries Riemann
- Convergence d'une série télescopique
- Théorème de comparaison des séries à termes positifs (inégalités)
- Théorème de comparaison des séries à termes positifs (équivalents)
- Règle de d'Alembert
- Théorème de comparaison des séries (domination)
- Critère spécial des séries alternées
- Convergence du produit de Cauchy de séries absolument convergentes
- Formule de Stirling

Chapitre 3 : Séries numériques - révisions et compléments

- Définition d'une série, suite des sommes partielles (S_n), convergence, divergence.
  Somme et reste d'ordre n R_n d'une série convergente : la suite (R_n) converge vers 0.
- Si $\sum u_n$ converge, alors (u_n) converge vers 0. Divergence grossière.
  Combinaison linéaire de séries convergentes. Convergence des séries à termes complexes.
  Séries télescopiques : lien suite/série.
- **Séries de référence** : séries géométriques, séries exponentielles, séries de Riemann.
- **Convergence des séries à termes positifs** :
  La suite (S_n) étant croissante, elle converge ssi elle est majorée.
  Théorèmes de comparaison des séries à termes positifs (inégalités, équivalents).
  Règle de d'Alembert.
- **Convergence des séries à termes quelconques** :
  Définition de la convergence absolue, la convergence absolue entraine la convergence.
  Théorème de comparaison des séries par domination (ou avec o).
  Séries alternées, critère spécial des séries alternées : signe de la somme S et majoration de $|S|$, signe de R_n et majoration de $|R_n|$.
- **Compléments** :
  Comparaison avec une intégrale (méthode des rectangles pour encadrer $f(k)$ pour f continue monotone), encadrement de S_n, de R_n.
  Produit de Cauchy : définition, convergence absolu d'un produit de Cauchy de séries absolument convergentes.
  Formule de Stirling.