# Intégration - Lien entre intégrale et primitive

Keven Commault

Lycée Brizeux

17 mars 2020

Primitives

Lien avec les intégrales

Définition :

Exemples :

Propriétés des primitives :
Soit $f : [a; b] \to \mathbb{R}$.

- Si $F$ est une primitive de $f$ alors $\forall \alpha \in \mathbb{R},\ F + \alpha$ est une primitive de $F$.

Propriétés des primitives :
Soit $f : [a; b] \to \mathbb{R}$.

- Si $F$ est une primitive de $f$ alors $\forall \alpha \in \mathbb{R},\ F + \alpha$ est une primitive de $F$.
- Si $F$ et $G$ sont des primitives de $f$ alors $\exists \alpha \in \mathbb{R},\ G = F + \alpha$.

Propriétés des primitives :
Soit $f : [a; b] \to \mathbb{R}$.

- Si $F$ est une primitive de $f$ alors $\forall \alpha \in \mathbb{R},\ F + \alpha$ est une primitive de $F$.
- Si $F$ et $G$ sont des primitives de $f$ alors $\exists \alpha \in \mathbb{R},\ G = F + \alpha$.
- On a une alternative :

CPGE Brizeux Quimper

Soit $f : [a;b] \to \mathbb{R}$, continue.

Théorème :

$F : x \longmapsto \int_a^x f(t) \, \mathrm{d}t$ est une primitive de $f$

<u>Démonstration</u> :
Soit $f \in \mathcal{C}^0([a;b])$.

$F : x \longmapsto \displaystyle\int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ est définie sur $[a;b]$ car

$F$ est continue en $x \in [a;b]$ :

Reste à voir que

CPGE Brizeux Quimper

Soit $x_0 \in [a;b]$. Pour tout $x \neq x_0$ :

$$\frac{F(x) - F(x_0)}{x - x_0} =$$

et donc $\dfrac{F(x) - F(x_0)}{x - x_0} - f(x_0) =$

On peut préciser le théorème :

$F : x \longmapsto \int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t$ est

Application :

$\boxed{\text{si on connait une primitive alors on sait calculer les intégrales}}$